Documento de Trabajo
9 1 1 0

LA GESTION DE CARTERAS DE RENTA FIJA

Juan Mascareñas Pérez Iñigo

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y EMPRESARIALES.- UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
Campus de Somosaguas. 28023 - MADRID

Esta publicación de Documentos de Trabajo pretende ser cauce de expresión y comunicación de los resultados de los proyectos de investigación que se llevan a cabo en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Complutense de Madrid. No obstante, la publicación está abierta a investigadores de otras instituciones que deseen difundir sus trabajos en ella.

Los Documentos de Trabajo se distribuyen gratuitamente a las Universidades e Instituciones de Investigación que lo solicitan. Asímismo, las peticiones personales pueden ser atendidas en la medida en que se disponga de ejemplares en existencia.

Se ruega a las personas e instituciones interesadas en solicitar ejemplares que utilicen el boletín de pedido que figura seguidamente.

DOCUMENTOS DE TRABAJO

Boletín de Pedido.

Nombre de la persona o institución: ....

....

Calle: .... nº ....

Ciudad: ....Distrito Postal:.........País: ....

Solicita una suscripción permantente ....[ ]
(sólo Universidades e Instituciones de Investigación)

Solicita los Documentos de Trabajo cuyos números se relacionan a continuación: ____

____

Enviar a:
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad Complutense de Madrid
Vicedecano
Campus de Somosaguas. 28023 MADRID. ESPAÑA.

La Gestión de Carteras de Renta Fija

Juan Mascareñas Pérez-Iñigo

RESUMEN

En este trabajo se pretende analizar la gestión de las carteras de valores formadas exclusivamente por títulos de renta fija (bonos, obligaciones, deuda del Estado, etc.). Para ello se divide en tres partes. En la primera de ellas se estudia cómo se calcula el rendimiento de los títulos de renta fija y de las carteras formadas por ellos. En la segunda se analiza el riesgo de dichos títulos o carteras a través de los importantes conceptos de *duración* y *convexidad*, cuyo cálculo, usos, ventajas y desventajas se analizan en profundidad. En la última parte se entra en la gestión de las carteras de renta fija, para ello se estudia la gestión pasiva, que es la que acometen los inversores que piensan que el mercado es eficiente en su forma intermedia, y la gestión activa que es la que realizan los inversores que piensan que el mercado es ineficiente.

ABSTRACT

In this paper, the bond portfolio management is analyzed. It is divided in three parts. The first of them studies how the bond's yield to the maturity and of their portfolios are obtained. In the second part, the bond's risk is studied through the two very importants concepts as they are *duration* and *convexity*; their uses, advantages and drawbacks are analyzed deeply. In the last part, we enter in the bond portfolio management. We will study the pasive management that is undertaken by the managers that believe in the efficient market intermediate hipothesis. And, also, we will continue with the active management for the investors that think the market is not so efficient.

Indice

LA GESTION DE LAS CARTERAS DE RENTA FIJA

Juan Mascareñas Pérez-Iñigo
Profesor Titular de Economía Financiera
Universidad Complutense

I. EL CALCULO DEL RENDIMIENTO

1. Introducción

Existen inversores que piensan que con la información públicamente disponible es posible identificar algunos bonos u obligaciones cuyo precio teórico o intrínseco es diferente de su precio de mercado, lo que les permitirá obtener un rendimiento superior al del mercado. Es decir, opinan que el mercado de renta fija no se comporta según la teoría del mercado eficiente en su forma intermedia. Pues bien, dichos inversores utilizan una serie de procedimientos de cálculo que les permiten obtener el valor teórico de las emisiones de bonos u obligaciones.

Uno de los procedimientos que utilizan para averiguar si el precio del bono está infravalorado o supervalorado consiste en comparar el rendimiento hasta el vencimiento del bono con un rendimiento hasta el vencimiento que el inversor considera más apropiado, basándose en las características del bono y en las condiciones actuales del mercado. Otro de los procedimientos consiste en calcular el precio teórico del título y compararlo con su precio de mercado. Veámoslos más detenidamente a continuación.

1.1 El cálculo del rendimiento hasta el vencimiento

Para calcular el rendimiento hasta el vencimiento de un título de renta fija nos basaremos en la idea de que el valor teórico de cualquier activo está basado en el valor actualizado de los flujos de tesorería que promete generar en el futuro. Para calcular dicho rendimiento deberemos conocer el precio de mercado del bono en cuestión al día de hoy (P_0), lo que consigueremos observando la última cotización del mismo en cualquier periódico financiero. También deberemos conocer cuáles van a ser sus pagos por intereses (el cupón, Q_i), su precio de reembolso (P_n) y cuándo se van a producir (anualmente, semestralmente, etc.), todo ello vendrá señalado en el folleto explicativo de la emisión de los bonos. De esta manera el rendimiento hasta el vencimiento (**r**) vendrá dado por la siguiente expresión matemática:

$$P_0 = \frac{Q_1}{(1+r)^1} + \frac{Q_2}{(1+r)^2} + \frac{Q_3}{(1+r)^3} + \cdots\cdots + \frac{Q_n + P_n}{(1+r)^n} \qquad \text{[Ec.1]}$$

Por ejemplo, supongamos que una obligación de Telefónica, cuyo nominal es de 10.000 pts., proporciona el 13% de interés anual, pagadero a fin de año, y a la que le restan cinco años para llegar a su vencimiento o madurez, está valorada en el mercado a principios de año a 8.800 pesetas. Su rendimiento desde dicho momento hasta su vencimiento sería calculado igualando el precio de mercado a los flujos de caja (cupones y precio de reembolso) actualizados.

$$8.800 = \frac{1.300}{(1+r)^1} + \frac{1.300}{(1+r)^2} + \frac{1.300}{(1+r)^3} + \frac{1.300}{(1+r)^4} + \frac{11.300}{(1+r)^5}$$

despejando **r** obtendremos un valor de 16,73%. Ahora bien, si análisis posteriores demuestran que el valor más apropiado para el rendimiento (**k**) es el 14,75%, se llegará a la conclusión de que el título está infravalorado en el mercado, puesto que su precio de mercado debería ser 9.410 pesetas. Así que cada vez que **r > k** el título estará infravalorado en el mercado e interesará adquirirlo, mientras que si ocurre lo contrario estará sobrevalorado (en este caso lo ideal sería venderlo).

1.2 El cálculo del precio teórico o intrínseco

La otra cara de la moneda del procedimiento anterior para ver si un título está sobrevalorado, o no, es el cálculo de su valor actual neto, es decir, de su precio teórico (**P**). Para ello deberemos conocer el valor de los cupones (Q_i), del precio de reembolso (P_n) y del rendimiento que el inversor considera debería ser el apropiado para ese tipo de emisión (**k**). Con dichos valores podremos obtener el valor de **P**:

$$P = \frac{Q_1}{(1+k)^1} + \frac{Q_2}{(1+k)^2} + \frac{Q_3}{(1+k)^3} + \cdots\cdots + \frac{Q_n + P_n}{(1+k)^n} \qquad [\text{Ec. 2}]$$

Si ahora comparamos el valor del precio teórico **P** con el de su precio de mercado $\mathbf{P_0}$ podremos saber si el título está infravalorado ($\mathbf{P > P_0}$) o sobrevalorado ($\mathbf{P < P_0}$). Por ejemplo, en el caso de la obligación de Telefónica si el inversor piensa que la tasa de rendimiento apropiada para una emisión de esas características es de k=14,75% y lo sustituye en la ecuación anterior, obtendrá un precio intrínseco de 9.410 pesetas, es decir, 610 pesetas por encima de su precio de mercado, lo que muestra la infravaloración de dicho título, según la creencia del inversor. Esas 610 pesetas representan, también, el valor actual neto de una inversión realizada en ese bono, puesto que el inversor pagaría 8.800 pts., por un título que vale 9.410 pts., así que ganaría 610 pts.

Una forma más precisa de calcular el precio teórico del título es utilizando los tipos de interés al contado (o tipos *spot*), que consiste en actualizar cada uno de los flujos de tesorería al tipo de interés anual que corresponde a una emisión semejante que venza en el mismo momento que el flujo de caja en cuestión ($\mathbf{k_i}$) y que se habrán obtenido a través de la estructura temporal de los tipos de interés:

$$P = \frac{Q_1}{(1+k_1)} + \frac{Q_2}{(1+k_2)^2} + \cdots\cdots\cdots + \frac{Q_n + P_n}{(1+k_n)^n} \qquad [\text{Ec. 3}]$$

Por ejemplo, en el caso del bono anterior los tipos de interés para una emisión de un año de plazo, de dos, de tres, etc., podrían ser 13,75%, 14,25%, 14,5%, 14,60% y 14,86% para cada uno de los cinco períodos que quedan hasta el vencimiento. En este ejemplo el valor de **P** coincide con el calculado anteriormente debido a que la tasa del 14,75% es, en realidad, el rendimiento hasta el vencimiento equivalente a los cinco tipos de interés al contado que acabamos de ver, pero ello no tiene porqué ser así, puesto que el inversor podría calcular el rendimiento apropiado a través de otra serie de métodos, sin basarse en los tipos al contado, ni utilizar alguna de las teorías que conforman la estructura temporal de los tipos de interés.

En todo caso, el cálculo del rendimiento hasta el vencimiento apropiado (**k**), dependerá de las características propias del título en cuestión, así como de las condiciones actuales del mercado. En el siguiente epígrafe estudiaremos las diversas variables que influyen en su cálculo, debido a la importancia que éste último tiene en la valoración de los títulos de renta fija.

2. Las características de una emisión de renta fija

Básicamente toda emisión de renta fija puede ser definida en función de siete características o variables que influyen directamente en su valoración:

1º. Plazo del tiempo hasta su vencimiento o maduración
2º. Tipo de interés del cupón
3º. Posibilidad de amortización anticipada
4º. Impuestos
5º. Liquidez
6º. Riesgo de insolvencia
7º. Riesgo del tipo de interés

La estructura de los precios de mercado de los bonos u obligaciones que difieren en alguna de las siete características anteriores puede ser examinada y descrita en forma de rendimiento hasta su vencimiento. Se la suele denominar como la *estructura de rendimientos*. Por ejemplo, si las diversas emisiones de renta fija analizadas tienen todas las características o atributos iguales menos la que hace referencia al plazo del tiempo hasta su vencimiento, estamos hablando de la *estructura temporal de los tipos de interés*, y si únicamente difieren en el riesgo de impago, nos referiremos a la *estructura de riesgo de los tipos de interés.*

La diferencia entre el rendimiento de dos bonos suele denominarse *diferencial de rendimiento*, sobre todo en el caso de comparar el análisis de un bono emitido por una empresa con el de uno libre de riesgo (véase el punto 2.5). Dicho diferencial viene medido en *puntos básicos*, es decir, en unidades del 0,01% o del 1 por diez mil. Por ejemplo, si el rendimiento de un bono es del 13,25% y el de otro el 12,88%, el diferencial de rendimiento es de 37 puntos básicos.

2.1 Plazo de la emisión y tipo de interés del cupón

Ambas características son las responsables del tamaño (Q_i) y del plazo (n) de los flujos de tesorería de una emisión de bonos. Como hemos visto en el epígrafe anterior cuando disponemos del precio de mercado del bono ambas son absolutamente imprescindibles para calcular el rendimiento hasta la maduración del mismo (**r**), que posteriormente podrá ser comparado con el que el inversor considera más apropiado (**k**). De hecho, si el mercado es eficiente un buen punto de partida para calcular éste último puede ser el rendimiento hasta el vencimiento de una emisión similar de Deuda Pública (véase el epígrafe 3), el cual estará compuesto del tipo de interés puro más la inflación media esperada a lo largo de la vida de los títulos.

2.2 La amortización anticipada

Hay emisiones de renta fija que incorporan la posibilidad de ser amortizadas anticipadamente en el momento que el emisor lo desee por un precio predeterminado que suele ser superior a su valor nominal (precio de reembolso anticipado). El emisor se decidirá a amortizar anticipadamente un empréstito cuando considere que los tipos de interés han caído fuertemente después de que aquél fuese emitido, lo que permitirá sustituirlo por otra emisión que tenga un menor coste financiero para la empresa emisora (a esto se le denomina *refinanciación*).

Esta operación es, en realidad, una *opción de compra* sobre el empréstito que tiene el emisor, cuyo *precio de ejercicio* (el precio al que se adquiere el activo -los bonos- al que se opta) es el precio de reembolso anticipado pagadero en caso de que el emisor decida ejercer su opción. La *prima* de la opción viene dada por la diferencia entre el precio de reembolso anticipado y el valor nominal del bono (también se la conoce como *prima de reembolso*).

La posibilidad de amortizar anticipadamente un empréstito es algo valioso para la empresa emisora pero va en detrimento de la rentabilidad del inversor, sobre todo si aquél fue emitido en un momento en que los tipos de interés eran altos, por dicha razón los tipos de interés de este tipo de emisión serán algo más superiores que los empréstitos que no llevan incorporada dicha posibilidad.

La empresa también podría optar por un sistema de amortización por lotes, o parcial, que consiste en amortizar cada año una cantidad determinada de títulos. La empresa podrá realizar dicha amortización parcial, ya sea a través de un sorteo, o bien, adquiriendo los títulos que correspondan en el mercado libre; pero, en todo caso no requiere pagar una prima de reembolso. Este tipo de operación es vista como un sistema de protección de los bonistas, por dicho motivo su tipo de interés suele ser inferior al de emisiones semejantes sin dicha característica. Aunque, desde el punto de vista del rendimiento, va en contra de los inversores, debido a que si, por ejemplo, tenemos un bono que proporciona el 15% anual y es amortizado el día de hoy, cuando los tipos de interés de emisiones semejantes se mueven alrededor del 10%, deberemos reinvertir el principal a esta última tasa con lo que perderemos un 5% anual en concepto de intereses.

En todo caso, el proceso de cálculo del rendimiento de las emisiones de renta fija con amortización anticipada será analizado con más detenimiento en el epígrafe 4.

2.3 Impuestos

A la hora de valorar el rendimiento de las emisiones de renta fija los inversores deberán tener en cuenta los diferentes tratamientos fiscales que puedan llevar incorporados. Ciñéndonos al caso español, puesto que en esto hay una total divergencia entre los paises, hay emisiones que permiten una superior deducción de la cuota líquida que el resto. Este es el caso de las emisiones realizadas por las compañías eléctricas que permiten deducir un 25% de la retención a cuenta, de los intereses pagados, de la cuota líquida del impuesto sobre la renta de las personas físicas, cuando realmente sólo han sufrido una retención del 2%. Así, por ejemplo, si los intereses alcanzan la cifra de 1.200 pesetas la retención real será de 24 pesetas pero la que figurará como deducción de la cuota líquida será de 300 pesetas, lo que rebajará el pago del impuesto en 276 pesetas por título.

En determinado momentos, dependiendo de las necesidades de la política económica gubernamental, puede haber emisiones que estén exentas del pago de impuestos sobre los intereses recibidos o, también, podrían existir desgravaciones fiscales por invertir en determinadas emisiones de renta fija. En los bonos cupón cero los inversores sólo devengarán el impuesto correspondiente a la renta obtenida vía intereses en el momento de recibir éstos, es decir, el día en que vence la emisión.

2.4 Liquidez

Hace referencia a la posibilidad que tiene un inversor de vender su inversión lo más rápidamente posible sin que tenga que aceptar una sensible rebaja del precio de la misma. Por regla general, cuanto mayor sea la liquidez de un bono más bajo será su rendimiento, siempre que las demás variables se mantengan constantes. Por otra parte, una emisión será tanto más líquida cuanto más grande sea, pues esto último posibilitará que se reparta entre más inversores lo cual siempre facilita la liquidez de la emisión. No es lo mismo lanzar un empréstito de cien millones de pesetas, que uno de diez mil millones, el primero podría estar repartido entre unas 400 personas, mientras que el segundo podría extenderse hasta unas 40.000, lo que posibilitaría un mayor número de transacciones en el mercado que, a su vez, posibilitarían una mayor liquidez de la emisión.

Una medida de la liquidez de los mercados de renta fija viene dada por la diferencia entre los precios *comprador/vendedor* de los intermediarios financieros -Agencias y Sociedades de Valores (*brokers* y *dealers*)-, de tal manera que cuanto menor sea dicha diferencia mayor será la liquidez, y lo contrario. Si una determinada emisión es poco activa en el mercado, el intermediario estará más expuesto al riesgo que si resultara ser activamente intercambiada. Este riesgo se debe a la dificultad de colocar entre los inversores sus excedentes de dicho título, así como de que varíe el tipo de interés en un sentido que resulte perjudicial para él, es decir, que deprecie el valor de mercado de su inventario en dichos títulos.

Así que aquellos bonos que sean activamente intercambiados deberán tener un menor rendimiento hasta el vencimiento y un valor teórico mayor que los bonos más inactivos. O dicho de otra forma, las emisiones menos liquidas deberán incorporar al tipo de interés prometido una *prima de liquidez*, que compense la menor facilidad de venderlo en el mercado.

2.5 El riesgo de insolvencia

Es el riesgo de que el emisor no pague los intereses o el principal a que se había obligado en el contrato de emisión del empréstito. Este riesgo afecta el tipo de interés de los bonos, de hecho a mayor riesgo mayor será el interés cargado por los inversores.

Este riesgo es valorado en los Estados Unidos a través de una serie de empresas de valoración independientes. Las dos más conocidas son Standard & Poor's y Moody's, cuyas principales calificaciones aparecen en la figura 1, en la que podemos observar como los bonos son calificados como "inversión" o como "especulación" (o "no inversión"), según que igualen o superen, o se encuentren por debajo, la calificación de Baa para Moody's o de BBB para S&P.

Los bonos de tipo especulativo son conocidos también como *bonos basura* (*junk bonds*), que son obligaciones de baja calidad, es decir, que están calificadas como no-inversión por, al menos, una de las agencias independientes de calificación o *rating* y para compensar su baja calificación y su alto riesgo llevan incorporado un alto interés. El tipo de interés de estos bonos oscila entre el 3% y el 4,5% sobre el Libor, en el caso europeo; habiendo sido valorados sobre un tipo de interés flotante en nuestro continente, a diferencia de los tipos fijos de los Estados Unidos. Además, en la CEE se suelen acompañar con emisiones de *warrants* para adquirir títulos de la sociedad, especialmente en el caso de ser adquirida por el comprador.

Moody's		Standard & Poor's		
Aaa	Calidad superior	AAA	La mejor calificación	Inversión
Aa	Alta calidad	AA	Calificación alta	Inversión
A	Superior al grado medio	A	Por encima de la media	Inversión
Baa	De grado medio	BBB	Calificación media	Inversión
Ba	Posee elementos especulativos	BB	Por debajo de la media	No-inversión
B	Le faltan características inversoras	B	Especulativa	No-inversión
Caa	Riesgo de impago	CCC-CC	Totalmente especulativa	No-inversión
Ca	Muy especulativa. Casi seguro impago de intereses	C	Reservado para bonos de renta	No-inversión
C	El grado más bajo	DDD-DD	Impago, con calificación indicativa del valor de liquidación relativo	No-inversión

Fig.1 Los grados de calificación de Moody y S&P

En los paises de la CEE existen calificaciones más o menos conocidas realizadas por los intermediarios financieros implicados en operaciones de lanzamiento de empréstitos que, en todo caso, se ajustan bastante al sistema de calificación señalado anteriormente.

Las calificaciones de las emisiones empresariales de renta fija están asociadas, principalmente, con bajos apalancamientos financieros, pequeñas variaciones en los beneficios de la empresa a lo largo del tiempo, un mayor tamaño de la empresa, y la falta de deuda subordinada.

En la figura 2 se muestra una tabla y una representación gráfica de los tipos de interés de las emisiones a largo plazo durante un par de meses de 1987 en los Estados Unidos, clasificados según las calificaciones del riesgo de impago. Como ya vimos al comienzo de este epígrafe, a la diferencia entre el rendimiento de dos bonos semejantes pero con distinta calificación se la denomina *diferencial de rendimiento* y es un concepto importante puesto que el diferencial entre dos categorías de riesgo nos proporciona una medida de la *prima de insolvencia*. Esta última es, en realidad, el diferencial de rendimiento entre un bono con una calificación determinada y uno sin riesgo. Por ejemplo, la prima de insolvencia de los bonos calificados como BBB era de 230 puntos básicos en Febrero, habiéndose reducido a 200 puntos básicos en Junio.

	Febrero'87	Junio'87
Bonos del Tesoro	7,8%	8,6%
AAA	8,7%	9,5%
AA	9,2%	9,8%
A	9,5%	10,1%
BBB	10,1%	10,6%

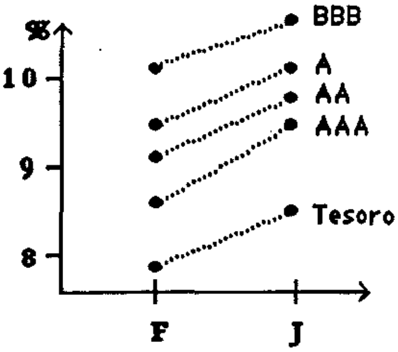

Fig.2 Tipos de interés de las obligaciones a largo plazo de los Estados Unidos, durante los meses de Febrero y Junio de 1987

A través de la expresión matemática desarrollada por Gordon Pye se puede obtener el valor aproximado de la prima de insolvencia (**d**). Las variables que entran en juego son: la tasa de rendimiento esperada en caso de no existir riesgo de insolvencia (**y**); lo que se recibiría del principal del bono, valorado éste a precios de mercado, un año antes de que la empresa se declare en situación de insolvencia (**1-λ**); la probabilidad de insolvencia de la empresa a lo largo de la vida del bono (**p**). El modelo de Pye será:

$$d = \frac{y + \lambda p}{1 - p} - y = \frac{p\,(y + \lambda)}{1 - p} \qquad [Ec.4]$$

Así, por ejemplo, si tenemos un bono que prometería un rendimiento del 10% si estuviese catalogado como "muy seguro", pero al que se le supone una probabilidad de insolvencia del 5% a lo largo de su vida. En caso de insolvencia supondremos que cada bonista recibiría el 60% del precio de mercado de cada bono. Según estos datos la prima por insolvencia (**d**) sería: [0,05 x (0,1 + 0,4) / 0,95] = 0,0263 = 2,63% = 263 puntos básicos.

Concretando, la calificación del riesgo de insolvencia de cada emisión de renta fija afecta a su rendimiento, puesto que a mejor calificación menor rendimiento del bono.

Los *diferenciales de rendimiento* varían con el tiempo, haciéndose más amplios en períodos de recesión, debido a que en éste tipo de períodos el riesgo de insolvencia aumenta más que proporcionalmente para las empresas de peor calidad a causa de la reducción de sus flujos de tesorería, además de que los inversores son más adversos al riesgo en este tipo de coyunturas económicas. Todo lo contrario ocurre en períodos de crecimiento.

2.6 El riesgo del tipo de interés

Los precios teóricos de las emisiones de renta fija a largo plazo descienden si los tipos de interés aumentan, o se incrementan si éstos últimos descienden. A esta posible variación se la denomina *riesgo del tipo de interés* y afecta a todas las emisiones de renta fija, incluso a las del Estado. Este riesgo será tanto mayor cuanto más grande sea la vida de la obligación y para compensarlo será necesario añadirle una prima al tipo de interés de la emisión.

Dicha prima tiene el efecto de aumentar los tipos de interés de las emisiones a largo plazo con relación a los de las emisiones a más corto plazo[1]. Su medición es bastante compleja debido a que parece variar a lo largo del tiempo, aumentando cuando los intereses son más volátiles e inciertos y descendiendo cuando éstos son más estables.

Curiosamente, las emisiones a corto plazo, que están poco afectadas por el riesgo del tipo de interés, si lo están en cambio por el denominado *riesgo del tipo de reinversión.* Este tipo de riesgo consiste en que las cantidades invertidas en bonos que tienen un plazo de vida bastante corto deberán ser reinvertidas cada poco tiempo a tipos de interés presumiblemente distintos, con lo que sus ingresos irán cambiando conforme transcurre el tiempo. A esta variación es a la que se denomina riesgo del tipo de reinversión. Así que si la inversión es a largo plazo los ingresos por intereses serán constantes (salvo que el tipo de interés sea variable o flotante) pero su precio teórico variará, mientras que si la inversión es a corto plazo los ingresos variarán pero su precio teórico permanecerá estable.

En todo caso y con objeto de concretar el tema del riesgo, es decir, tratando conjuntamente el de insolvencia y el del tipo de interés, deberemos comentar que el rendimiento esperado de cualquier título deberá estar relacionado únicamente con su contribución al riesgo de una cartera bien diversificada. No siendo re-

---

[1] En esto se basa la denominada "teoría de la preferencia por la liquidez" acerca de la estructura temporal de los tipos de interés.

levante su riesgo total. Por lo tanto, será sólo esa parte del riesgo, que contribuye a aumentar el de la cartera, la que debería ser contrarrestada con una prima de riesgo en forma de un mayor rendimiento esperado, al no poderse diversificar. O lo que es lo mismo, los bonos más arriesgados son los que tienen mayores Betas y, por ello, proporcionan mayores rendimientos esperados.

3. La estimación de los rendimientos esperados de las emisiones de Deuda Pública

Una vez analizado los diversos componentes que influyen en el rendimiento de los títulos de renta fija vamos a estudiar cómo se calcula el rendimiento esperado de los mismos y para ello comenzaremos con Deuda Pública.

Nos proponemos estimar los rendimientos esperados durante el próximo año de las emisiones de deuda realizadas por el Estado. Así que nuestro objetivo consistirá en calcular la tasa de rendimiento esperada de cada bono u obligación durante el año próximo sabiendo que, en general, dicho rendimiento esperado puede ser obtenido a través de la expresión:

$$\boxed{E(r) = \frac{\text{Intereses} + E[\text{Precio a fin de año}]}{\text{Precio de mercado actual}} - 1} \quad [\text{Ec.5}]$$

Como resulta que en este tipo de emisiones los intereses a cobrar durante el año son conocidos con certeza, en el numerador de la expresión anterior la única variable aleatoria será el precio de mercado del bono a fin de año. La clave para obtener el valor de éste último es estimar su rendimiento hasta el vencimiento y una vez hecho esto obtener el precio a fin de año a través de la ecuación 6, que mostraremos seguidamente.

Si con objeto de facilitar la comprensión de la operación y sus cálculos, suponemos que nos hallamos en el momento cero y que el cobro de los intereses tiene lugar a fin de año, el precio de mercado al término del año dependerá de los intereses que le quedan por cobrar más la devolución del principal (ver la figura 3):

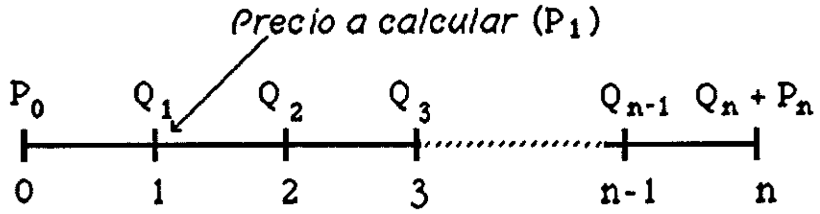

Fig.3

$$P_1 = \frac{Q_2}{(1 + r_1)^1} + \frac{Q_3}{(1 + r_1)^2} + \cdots\cdots + \frac{Q_n + P_n}{(1 + r_1)^{n-1}} \qquad \text{[Ec.6]}$$

donde r_1 es el tipo de rendimiento interno hasta el vencimiento del bono desde el final del año 1. Veamos un ejemplo: supongamos que tenemos la estructura temporal de los tipos de interés observada en la figura 4, cuyos valores se pueden apreciar en la tabla 1.

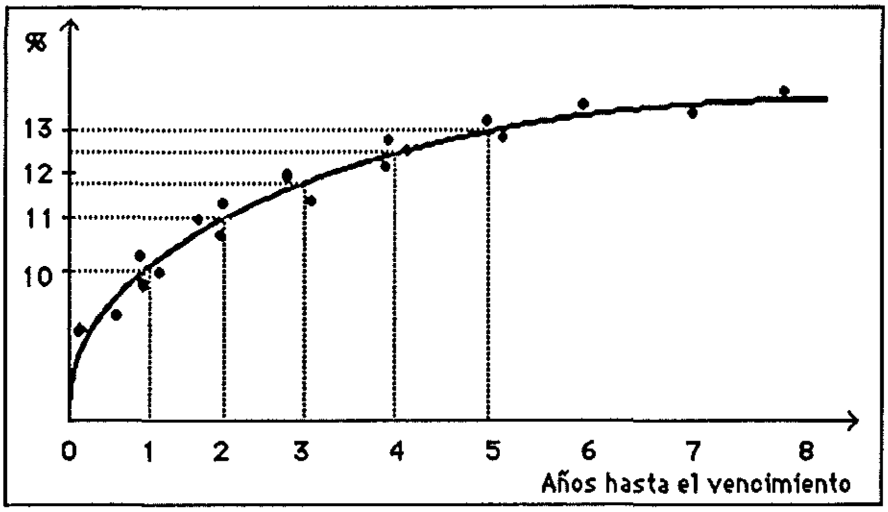

Fig.4 Estructura temporal actual de los tipos de interés

Bono	Rendimiento
1 año	10,00%
2 años	11,00%
3 años	11,75%
4 años	12,50%
5 años	13,00%

Tabla 1

Tiempo	Tipo de 1 año
Ahora	10,00%
Dentro de 1 año	12,01%
Dentro de 2 años	13,27%
Dentro de 3 años	14,78%
Dentro de 4 años	15,02%

Tabla 2

En la tabla 2 se han obtenido los tipos de interés para inversiones sin riesgo de un año de duración (letras del Tesoro, por ejemplo), que se esperan obtener dentro de un año, dentro de dos años, etc., a través de la media geométrica de los rendimientos (la prima de liquidez supuesta ha sido del 0%)[2].

Supongamos un bono de cuatro años de vida a partir de hoy, según la tabla 1, dicho bono proporcionará una rentabilidad del 12,50% anual. Es decir, si su valor nominal es de 10.000 pesetas (supongamos que coinciden valor nominal y precio actual de mercado), al final de cada año entregará a su propietario 1.250 pesetas en concepto de intereses. Vamos a calcular el precio de dicho bono al final del año (P_1), con arreglo al esquema mostrado en la figura 5.

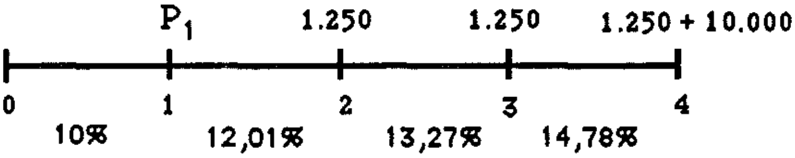

Fig.5

$$P_1 = \frac{1.250}{1,1201} + \frac{1.250}{1,1201\,(1,1327)} + \frac{1.250 + 10.000}{1,1201\,(1,1327)\,(1,1478)} = 9.827 \text{ pts.}$$

Si ahora deseamos calcular la tasa interna de rendimiento hasta el vencimiento (r_1), no habrá más que hacer:

$$\frac{1.250}{(1+r_1)^1} + \frac{1.250}{(1+r_1)^2} + \frac{1.250 + 10.000}{(1+r_1)^3} = 9.827 \text{ pts.} \longrightarrow r_1 = 13{,}24\%$$

Un cálculo similar se puede realizar para los bonos de otros vencimientos. En la figura 6 se muestra la comparación entre la estructura temporal actual de los tipos de interés (línea negra) y la estructura temporal estimada para el año próximo a través de dichos cálculos (línea gris), donde se aprecia cómo el mercado espera un alza de los tipos de interés a un menor plazo mientras los de mayor plazo tienden a aproximarse a los actualmente previstos (obsérvese como en el eje de abcisas los años hasta el vencimiento se miden a partir del próximo año, por eso la mayor duración es de siete años y no de ocho como es desde la actualidad - ver figura 4).

[2] El procedimiento de cálculo se puede consultar en MASCAREÑAS, Juan: "La Estructura Temporal de los Tipos de Interés". Actualidad Financiera 1991. nº 16

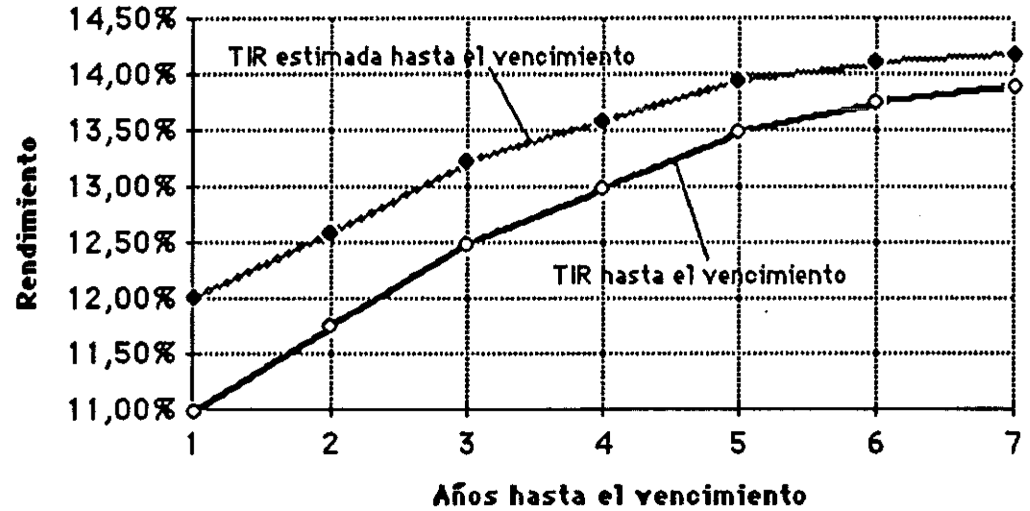

Fig. 6 Comparación de la estructura temporal actual y de la estimada a partir del próximo año

Por otra parte, ya que conocemos el precio a fin de año del bono de cuatro años de duración, podemos calcular el rendimiento esperado del mismo durante este año sin más que aplicar la sencilla ecuación [Ec.5] vista al comienzo del epígrafe:

$$r = [(1.250 + 9.827) / 10.000] - 1 = 10,77\%$$

Cuanto más exacta resulte ser la previsión, más se aproximarán entre sí las tasas de rendimiento para el año próximo de todas las emisiones de bonos analizadas, sea cuál sea su vencimiento. Esta igualdad de las tasas de rendimiento en un período dado de tiempo es consistente con la *teoría de las expectativas del mercado* y, además, nosotros hemos asumido una prima por liquidez nula.

Una vez que disponemos de la estructura temporal prevista para el próximo año cada directivo financiero puede retocarla de acuerdo a las noticias que le vayan llegando sobre política monetaria, tanto estatal como empresarial, en un intento de anticiparse al mercado.

Si se quiere afinar aún más, se puede calcular el denominado *diferencial de rentabilidad relativa.* En la figura 4 se pueden observar a lo largo de la línea que indica la estructura temporal de los tipos de interés, una serie de puntos indicativos de los rendimientos de diversas emisiones de bonos u obligaciones, y que han servido para el ajuste de la línea comentada. Como se puede apreciar hay puntos que se encuentran situados por encima de dicha línea y otros que se encuentran por debajo. Los que están por encima proporcionan unos mayores pagos semestrales por intereses y suelen ser emitidos por un precio ligeramente superior al principal (es decir, llevan una *prima de emisión*), lo contrario les ocurre a los que se encuentran por debajo, que tendrán menores cupones y su precio de emisión será ligeramente inferior a su principal. Pues bien, al ratio que relaciona el rendimiento actual esperado de cada bono hasta su vencimiento y el rendimiento que debería obtener según la línea de la estructura temporal se le denomina *diferencial de rentabilidad relativa* (DRR):

$$DRR_j = \frac{r_j}{(a_1 + a_2 t_j)\, e^{-a_3 t_j} + a_4} = \frac{r_j}{Y_j} \qquad \text{[Ec.7]}$$

donde r_j indica el rendimiento actual de un bono hasta su vencimiento, mientras que Y_j muestra el rendimiento según la estructura temporal de los tipos de interés. Por lo tanto, DRR puede ser superior o inferior a la unidad, según que el rendimiento del bono se encuentre por encima o por debajo de la línea representativa de la estructura temporal de los tipos de interés. En la figura 7 se muestra un esquema ampliado de lo comentado; los círculos muestran el rendimiento actual (r_j) y los puntos negros que se encuentran en la línea de la estructura temporal indican el rendimiento que deberían tener según la misma (Y_j).

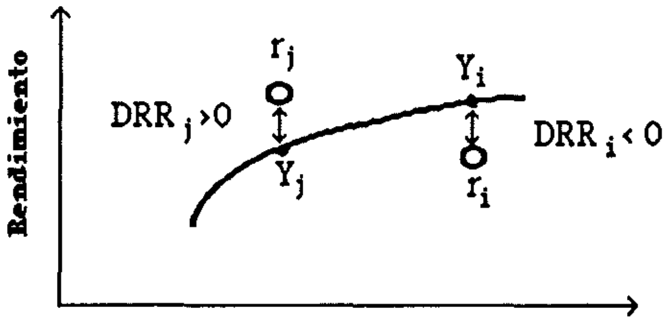

Fig.7 El diferencial de rentabilidad relativa (DRR)

Así que una vez que el inversor ha ajustado la estructura temporal de los tipos de interés que se espera obtener a partir del próximo año, podrá calcular el rendimiento esperado de un determinado bono sin más que multiplicarlo por su DRR. Si éste tuviese un ratio de 0,985 y el rendimiento esperado según la estructura esperada de los tipos de interés fuese del 12,4%, su verdadero rendimiento esperado sería de 12,214%. Ahora podría recalcular su precio de mercado a fin de año y el rendimiento esperado para el año próximo aplicando las expresiones matemáticas analizadas en este epígrafe.

4. La estimación de los rendimientos esperados de los bonos emitidos por las empresas

Para estimar los rendimientos esperados de este tipo de bonos u obligaciones necesitaremos utilizar los procedimientos de cálculo del epígrafe 1, sin perder de vista que resulta más complicado que estimar los rendimientos esperados de las diferentes emisiones de Deuda Pública. Como ya hemos visto en el epígrafe 2, una de las características que los hace diferentes de las emisiones estatales es que tienen una cierta probabilidad de insolvencia dado que las empresas no pueden ofrecer la misma garantía que el Estado y, además, entre ellas mismas hay bastantes diferencias en cuanto a su riesgo financiero.

Una forma de introducir el riesgo en el análisis del rendimiento esperado de los bonos consiste en multiplicar los cobros esperados por intereses por un coeficiente representativo de la certeza en recibir los mismos (al que denominaremos ALFA y que se puede obtener restándole a la unidad la probabilidad de impago) de tal forma que:

$$\boxed{\text{Intereses esperados} = \text{Intereses prometidos} \times \text{ALFA}}$$

donde ALFA será siempre un valor comprendido entre cero y la unidad. Por ejemplo, si para el año próximo esperamos recibir 125 pesetas en concepto de intereses y la probabilidad de impago es del 1%, los intereses esperados serán: 125 x (1 - 0,01) = 123,75 pts.

Por supuesto, que otra forma de reducir a condiciones de certeza a la emisión de renta fija empresarial, consiste en añadir una prima de riesgo (p) al rendimiento hasta el vencimiento que consideremos más apropiado (k), con lo que tendríamos una ecuación del tipo:

$$P = \frac{Q_1}{(1+s)^1} + \frac{Q_2}{(1+s)^2} + \frac{Q_3}{(1+s)^3} + \cdots\cdots + \frac{Q_n + P_n}{(1+s)^n} \quad \text{[Ec.8]}$$

donde s es igual a **k** + **p**. Esta prima de riesgo puede ser calculada utilizando lo explicado en el epígrafe 2 y más concretamente lo comentado en el apartado quinto.

4.1 La posibilidad de la amortización anticipada

Otro de los problemas que se plantean a la hora de valorar el rendimiento de una emisión de obligaciones empresariales, del que ya comentamos algo en el epígrafe 2.2, proviene del hecho de que el vencimiento de los bonos no suele ser conocido con absoluta certeza, debido a la posibilidad que tienen muchas emisiones de ser amortizadas anticipadamente por parte de la empresa emisora a un precio determinado (o a una serie de precios que varían con el tiempo).

Si el precio de mercado de la obligación asciende por encima del precio indicado para la amortización anticipada (lo que sucederá porque las emisiones semejantes en duración y riesgo a ésta están pagando menos intereses que ella, lo que quiere decir que a la empresa le convendrá amortizar esta emisión refinanciándola a un tipo de interés más bajo), es probable que la empresa ejerza su derecho y retire la emisión del mercado.

Los empréstitos también pueden llevar aparejada la posibilidad de una amortización parcial anticipada. Esto es, la empresa puede retirar parte de los bonos (esto se hace por sorteo) a un precio predeterminado o al de mercado. Así que en muchas emisiones de empréstitos, la probabilidad de que una obligación se mantenga viva hasta el final de su vida es bastante menor que la unidad (ver epígrafes 2.2 y 4.3).

Así que si usted calcula el rendimiento de las obligaciones en función de su mayor vida posible, nunca conseguirá un cálculo tan exacto como en el caso de las emisiones de Deuda Pública, debido a que los empréstitos privados pueden ser valorados en función del tiempo en que se espera sean amortizados, como forma opuesta al tiempo que resta hasta su vencimiento.

Ejemplo: Supongamos que una empresa emite un empréstito compuesto por obligaciones de 10.000 pesetas que promete pagar un 14% anual, por anualidades vencidas, y que va a tener una vida de cinco años. La emisión lleva aparejada la posibilidad de ser amortizada anticipadamente a partir del final del segundo año, por un precio de reembolso de 10.200 pts. El tipo de interés anual está situado en el 11%.

La empresa amortizará anticipadamente la emisión si el tipo de interés se mantiene lo suficientemente bajo como para que los pagos de entrar en un nuevo empréstito sean menores que los que se ha comprometido a realizar en la actualidad. Es decir, supongamos que el tipo de interés anual no varía y durante cinco años se va a mantener en el 11%. La empresa amortizará anticipadamente la emisión anterior pagando las 10.200 pts., y entrará en un nuevo empréstito de tres años de duración (los que le restan para los cinco iniciales), al 11% anual (el cupón será de 10.200 x 11% = 1.122 pts.). No se olvide que la empresa deberá financiar el precio de reembolso, 10.200 pesetas, por ello supondremos que el nuevo empréstito tendrá un nominal equivalente de 10.200 pts.

Lo primero que deberá hacer el inversor es ponerse en el lugar de la empresa emisora y calcular los diferentes tipos de interés para los que la empresa realizará la amortización anticipada. Veamos cómo se puede hacer esto. Sigamos suponiendo que el tipo de interés va a ser del 11% durante cinco años. Lo primero será calcular el valor actual de los pagos que realizaría el emisor si no amortizase anticipadamente:

$$\frac{1.400}{1,11}+\frac{1.400}{1,11^2}+\frac{1.400}{1,11^3}+\frac{1.400}{1,11^4}+\frac{1.400+10.000}{1,11^5}=11.109\text{pts.}$$

seguidamente, calcularíamos el valor actual de los pagos si efectuase dicha amortización, para lo que debemos tener en cuenta que, aunque al final del año 2 deberá pagar 10.200 pesetas en concepto de precio de reembolso anticipado, en dicho momento ingresará la misma cantidad al emitir un nuevo empréstito por dicho valor pero a un 11% de interés:

$$\frac{1.400}{1,11}+\frac{1.400}{1,11^2}+\frac{1.122}{1,11^3}+\frac{1.122}{1,11^4}+\frac{1.122+10.200}{1,11^5}=10.676\text{pts.}$$

Como se aprecia, la diferencia entre los pagos de esperar hasta el vencimiento de la emisión o de amortizarla al final del segundo año, es de 433 pts. Así que si se procede a esto último la empresa emisora se ahorrará dicha cantidad de pesetas por cada título emitido. Si seguimos calculando para otros tipos de interés (suponiendo que se mantengan constantes a lo largo de los cinco años), obtendremos los siguientes ahorros para la empresa emisora:

Tipo de interés	11%	11,5%	12%	12,5%	13%	13,5%	14%
Ahorros (pts.)	433	326	224	124	28	-64	-154

Tabla 3

lo que nos indica que mientras el tipo de interés no rebase el 13%, la empresa emisora optará por la amortización anticipada (por supuesto en este tipo de cálculo excluimos los costes de emisión del nuevo empréstito y las comisiones del intermediario financiero).

Siguiendo con nuestro caso, una vez establecido que la empresa emisora va a amortizar anticipadamente al final del segundo año, pasaremos a calcular el rendimiento de la inversión, su precio actual, su precio dentro de un año y el rendimiento esperado para el año que ahora comienza. El precio actual de este tipo de emisión inmediatamente después de ser admitido a cotización en el mercado secundario (no se olvide que el inversor lo habrá comprado en el mercado primario por 10.000 pts.) sería, también, de 10.676 pesetas puesto que aunque si bien es cierto que el inversor recibiría al final del segundo año 10.200 pesetas en concepto de precio de reembolso anticipado, se vería obligado a reinvertir ese dinero durante los tres años restantes a un tipo de interés, que presumiblemente sería del 11%, de tal manera que la expresión matemática del cálculo del precio actual de mercado coincidiría exactamente con la vista más arriba.

El rendimiento para el inversor sería calculado a través de la siguiente expresión:

$$\frac{1.400}{(1+r)} + \frac{1.400}{(1+r)^2} + \frac{1.122}{(1+r)^3} + \frac{1.122}{(1+r)^4} + \frac{1.122 + 10.200}{(1+r)^5} = 10.000 \text{ pts.}$$

$$r = 12{,}85\%$$

obsérvese que se ha utilizado el precio de emisión, puesto que se supone que es el precio efectivamente pagado por el inversor. El precio esperado para fin del año 1, dependerá de lo que le queda por recibir hasta el final de los cinco años, lo que implica incluir la teórica reinversión al 11%:

$$P_1 = \frac{1.400}{1{,}11} + \frac{1.122}{1{,}11^2} + \frac{1.122}{1{,}11^3} + \frac{1.122 + 10.200}{1{,}11^4} = 10.450 \text{ pts.}$$

Así que si el inversor ha pagado hoy 10.000 pts., por un título que dentro de un año se espera que valga 10.450 pts., obtendrá un rendimiento anual esperado (incluyendo los intereses) de:

$$r_1 = \frac{1.400 + 10.450}{10.000} - 1 = 18{,}5\%$$

Ahora bien, todo esto es válido siempre que se cumpla la hipótesis: el tipo de interés se mantendrá constante al 11% durante cinco años. Ahora deberemos continuar haciendo más hipótesis como, por ejemplo, que el tipo de interés se mantenga constante los cinco años, pero que su valor sea del 11,5%, o del 12%, del 12,5%, etc., y volveremos a calcular, si se amortiza anticipadamente la obligación o se mantiene hasta su vencimiento, cuál es su precio esperado al final del primer año (P_1) y cuál será su rendimiento esperado en dicho período (r_1). Todo esto se ha resumido en la tabla 4.

Tipo	11%	11,5%	12%	12,5%	13%	13,5%	14%
Amortiz.	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	No	No
P_1	10.450	10.404	10.357	10.311	10.265	10.147	10.000
r_1	18,5%	18,04%	17,57%	17,11%	16,65%	14%	14%

Tabla 4

También podemos repetir todo el cálculo sin suponer que el tipo de interés anual se mantiene constante a lo largo de la vida de la emisión, sino que varía siguiendo una estructura temporal que habremos calculado previamente. Con objeto de facilitar los cálculos vistos hasta ahora, en la figura 8 se muestra un modelo de hoja electrónica de cálculo que permite realizar todo lo realizado anteriormente en este epígrafe y que pasaremos a comentar someramente.

En la primera fila figura el número de cada año de la vida de la emisión del empréstito. En la segunda, los diversos tipos de interés anuales durante todo el horizonte de planificación, que el inversor pretende analizar. En la tercera, se muestra el factor de descuento de cada período (por ejemplo, 0,804 es igual al inverso de 1,11 x 1,12), que actuará como multiplicador de cada flujo de caja. En la cuarta fila figura el factor descuento para calcular el precio al término del primer año.

Años	0	1	2	3	4	5			
Tipo Interés		11,0%	12,0%	13,0%	14,0%	15,0%			
F.Descuento	1	0,901	0,804	0,712	0,624	0,543			
F.Dcto-1 año			0,893	0,790	0,693	0,603			
							Año	Precio	TIR
Normal	-10.000	1.400	1.400	1.400	1.400	11.400	0	10.448	14,00%
							1	10.197	**15,97%**
Amortización anticipada (2º p.)				------>	« SI »	**222**			
Inversor	-10.000	1.400	1.400	1.224	1.224	11.424	0	10.226	13,38%
							1	9.951	**13,51%**
Amortización anticipada (3º p.)				------>	» NO «	**-22**			
Inversor	-10.000	1.400	1.400	1.400	1.326	11.526	0	10.470	14,06%
							1	10.222	**16,22%**

Fig.8

En la sexta y séptima filas figura el empréstito en sus términos "normales" o "puros", es decir, lo que debería recibir y pagar la empresa emisora si el título original tuviera una vida de cinco años; con ayuda de los factores de descuento se obtiene el valor del precio teórico (10.448 pts.); mientras que con los factores de descuento del año 1, se puede obtener el precio teórico al final del primer año (10.197 pts.). En la última columna de la derecha figuran la TIR de la inversión (el 14%, lógicamente) y el rendimiento esperado a lo largo del primer año, el 15,97%.

En las filas ocho, nueve y diez, se muestran los cobros y pagos que tendría que hacer la empresa si amortizase la obligación al final del segundo año y, al mismo tiempo, los flujos de tesorería que obtendría un inversor que tuviese que reinvertir el dinero procedente de la amortización anticipada (los intereses, en ambos casos, se calculan multiplicando 10.200 pts., por el tipo de interés que corresponda al año de la emisión, en nuestro caso, el 12%, es decir, 1.224). Se puede observar el valor del precio teórico de la emisión en los años cero (10.226 pts.) y uno (9.951 pts.), así como la TIR de la misma (13,38%) y el rendimiento esperado para el primer año (13,51%).

Pero lo más importante es el número que aparece en negrita en la fila ocho, 222 pts., que representa el ahorro que para el emisor representaría el realizar la amortización anticipada en vez de continuar con la misma emisión durante los cinco años. Dicho ahorro se ha obtenido restando el precio teórico de ambos tipos de emisiones: 10.448 - 10.226. Si dicha cantidad resultara positiva la empresa emisora optaría por la amortización anticipada y refinanciaría la misma a un tipo de interés inferior, como ocurre aquí, pero de no ser así seguiría con la emisión inicial.

En las filas once, doce y trece, se muestra lo mismo que en las tres anteriores pero para el caso de que la empresa optase por amortizar anticipadamente al final del tercer año. Cosa que como se puede apreciar no le interesaría puesto que perdería 22 pts., por título. En este caso, la refinanciación se haría al tipo de interés del tercer año: el 13%, lo mismo que la reinversión del dinero entregado anticipadamente al inversor.

Con este sistema de cálculo se pueden simular todas las hipótesis que el inversor crea probables, el sistema de cálculo le dirá si se amortiza prematuramente, o no, y en todo caso cuál va a ser el rendimiento esperado para el año próximo. Una vez que tengamos una gama de posibles rendimientos esperados para el primer año, según sea la evolución prevista de los tipos de interés, podemos asignarles a cada uno una probabilidad de ocurrencia basada en las expectativas del inversor, lo que nos permitirá obtener una media y una desviación típica de la rentabilidad de esta inversión en renta fija para el próximo año.

Supongamos que esperamos que los tipos de interés tiendan a elevarse suavemente a lo largo de los cinco años de vida de la emisión, para ello trazaremos tres escenarios posibles que se muestran en la tabla 5 y que supondremos pueden darse con la misma probabilidad:

	Años				
Escenario	1	2	3	4	5
A	12,00%	12,125%	12,325%	13,00%	13,00%
B	12,00%	12,00%	12,125%	12,325%	12,75%
C	12,00%	12,125%	12,50%	13,00%	12,825%

Tabla 5

Si aplicamos el sistema de cálculo mostrado en la figura 8, observaremos que la mejor opción para la empresa en los tres escenarios sería amortizar prematuramente la emisión al final del segundo refinanciándola al tipo de interés que rija en dicho año. En la tabla 6 se muestran los resultados, es decir, los ahorros actualizados conseguidos por el emisor, el precio teórico al final del primer año y el rendimiento esperado a lo largo del mismo año.

	Ahorro	Precio final	Rendto. año 1
A	198 pts.	10.211 pts.	16,11%
B	223 pts.	10.275 pts.	16,75%
C	197 pts.	10.208 pts.	16,08%

Tabla 6

El rendimiento medio esperado para el próximo año será la media aritmética ponderada de los rendimientos obtenidos, es decir: 0,1611 x 1/3 + 0,1675 x 1/3 + 0,1608 x 1/3 = 0,1631, o lo que es lo mismo, el 16,31% (la desviación típica es el 0,31%).

4.2 El enfoque de la teoría de valoración de opciones

Otra forma de enfocar la valoración de una emisión de obligaciones que pudiese ser amortizada prematuramente a discreción de la entidad emisora, consiste en contemplar a dicha inversión en renta fija como una cartera compuesta de dos títulos: uno de ellos será la propia emisión sin tener en cuenta la posible amortización anticipada, mientras que el otro será una opción de compra por parte de la empresa emisora de dicha emisión. Es decir, el inversor posee una *posición larga* en obligaciones y una *posición corta* en opciones de compra. El valor neto de ambas posiciones viene dado por el precio de mercado de la obligación, que aparecerá publicada en la lista de cotizaciones del mercado de valores. El precio de mercado de la emisión será igual a la diferencia entre el precio de la obligaciones, puramente hablando, menos el valor neto de su posición corta en opciones de compra:

Precio de la emisión = Precio de las Obligaciones - Valor neto de la opción de compra

El precio teórico de las obligaciones puras se puede calcular a través de los procedimientos vistos en el epígrafe 1, mientras que el valor de la posición en opciones de compra se puede calcular según los procedimientos que veremos a continuación. Una vez que tengamos ambos valores podremos calcular el precio teórico de la emisión de renta fija con posibilidad de amortización anticipada. Con ello podremos ver si está sobrevalorada o infravalorada.

Una forma aproximada de calcular esto que estamos comentando sin necesidad de recurrir a la aplicación de los modelos de valoración de la teoría de opciones, es observar la figura 9, en ella se encuentran los tres valores de los que estamos hablando. Esta figura representa el mismo modelo que el analizado en el subepígrafe anterior (figura 8), pero obsérvese que el tipo de interés del segundo año se mantiene constante para el resto de los años. Observe que el valor del precio intrínseco para la emisión de una obligación sin amortización anticipada es de 10.818 pesetas; mire ahora el valor del mismo para la dicha emisión si se amortiza al final del segundo año, 10.592 pesetas (recuerde que el valor es el mismo para la empresa emisora y para el inversor). La diferencia entre ambos valores es 226 pesetas, que es lo que se ahorraría el emisor en caso de optar por la refinanciación, de tal manera que dicha cantidad representa el valor de la posición en la opción de compra, es decir, su beneficio (o pérdida según el inversor).

La prima de la opción es igual a la diferencia entre el precio de reembolso anticipado y el valor nominal de la obligación más los intereses que la empresa deberá pagar por ella. Esto es, al final del segundo año la empresa paga una prima de reembolso de 200 pts., (que es refinanciada por lo que el flujo de tesorería es nulo) y durante los restantes tres años deberá pagar el 12% de interés sobre dicha cantidad, 24 pts., y en el último deberá amortizarla; si actualizamos todo ello obtendremos el valor de la prima a precios de hoy:

$$\text{prima} = \frac{24}{(1{,}11)(1{,}12)^2} + \frac{24}{(1{,}11)(1{,}12)^3} + \frac{224}{(1{,}11)(1{,}12)^4} = 161 \text{ pts}$$

así que el valor de los ahorros brutos (sin detraerle el pago de la prima) en la opción de compra para la empresa es realmente 161 + 226 = 387 pts. Esta cantidad también se puede hallar si calculamos el precio teórico de la emisión refinanciada pero sin pagar ninguna prima, es decir, los flujos de tesorería serían: 1.400, 1.400, 1.200, 1.200, y 11.200, que al actualizarlos y sumarlos darían un valor de: 10.431 pts., que resulta ser 387 pts., más pequeña que el precio teórico de la emisión en obligaciones sin amortización anticipada (véanse las dos últimas filas de la figura 9, dónde P-X significa: precio teórico - precio de ejercicio o reembolso anticipado). Concretando, el valor actual de los ahorros brutos en la opción de compra sería de 387 pesetas, el valor actual de la prima de 161 pts., y el valor actual de la posición neta sería de 226 pts.

De todo ello resultaría que el precio intrínseco de ambas posiciones sería igual a 10.818 - 226 = 10.592 pesetas, según la ecuación mostrada al principio de este apartado.

Años	0	1	2	3	4	5			
Tipo Interés		11,0%	12,0%	12,0%	12,0%	12,0%			
F.Descuento	1	0,901	0,804	0,718	0,641	0,573			
F.Dcto-1 año			0,893	0,797	0,712	0,636			
							Año	Precio	TIR
Normal	-10.000	1.400	1.400	1.400	1.400	11.400	0	10.818	14,00%
							1	10.607	**20,07%**
Amortización anticipada (2º p.)				------>	« SI »	**226**			
Inversor	-10.000	1.400	1.400	1.224	1.224	11.424	0	10.592	13,38%
							1	10.357	**17,57%**
Amortización anticipada (3º p.)				------>	« SI »	**99**			
Inversor	-10.000	1.400	1.400	1.400	1.224	11.424	0	10.718	13,73%
							1	10.497	**18,97%**
								Precio	**P - X**
Sin prima-2	-10000	1400	1400	1200	1200	11200	---->	10.431	**387**
Sin prima-3	-10000	1400	1400	1400	1200	11200	---->	10.575	**243**

Fig.9

Ahora bien, el valor de la posición neta de la opción según este procedimiento es aproximado puesto que es un valor determinado para unos tipos de interés específicos (véase en la figura 10, el esquema de los beneficios obtenidos en la posición neta de la opción de compra, del ejemplo anterior, por parte del emisor según sea el precio teórico del bono). Al aplicar la teoría de la valoración de opciones aglutinaríamos todas las expectativas del mercado de una sóla vez y no meros tanteos como en este ilustrativo modelo.

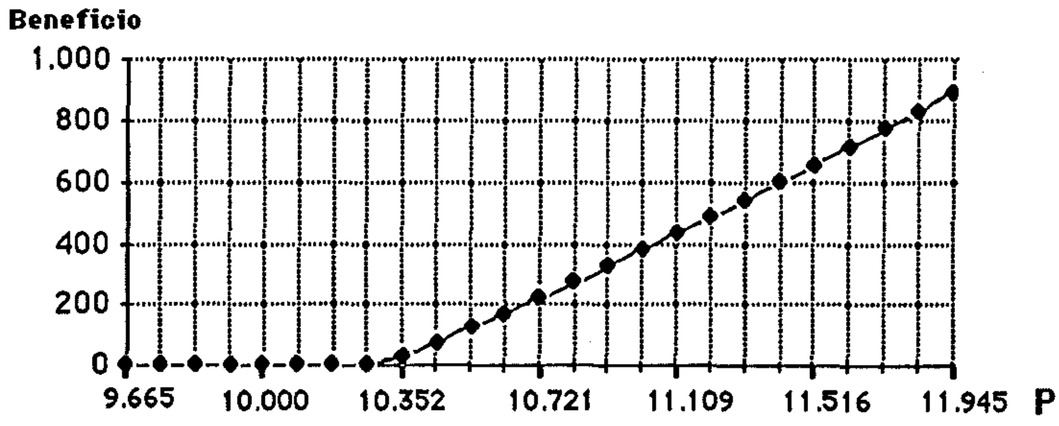

Fig. 10 Beneficio del propietario de la opción de compra del bono

En la estimación del rendimiento esperado de las obligaciones para el año próximo, se deberá estimar el valor de la obligación puramente hablando y el de su opción de compra al final del primer año (la posición neta valdrá 10.357 pts, lo que dará un rendimiento esperado para el primer año del 17,57%, según el modelo de la figura 9). En el primer caso aplicaremos el procedimiento utilizado en el epígrafe 1. Mientras que en el caso de las opciones su valor dependerá de: a) la estimación del valor final de la obligación para el primer año, y b) la estimación de la varianza de la tasa de rendimiento diaria de la obligación pura.

Aunque no se pretende en este trabajo centrarnos en el problema de la valoración de opciones de compra de obligaciones, puesto que para ello ya hay abundante bibliografía que el lector interesado pude consultar, comentaremos que dicho problema consiste en que dados el tiempo que falta hasta su vencimiento (**t**), el tipo libre de riesgo (R_f), el precio de ejercicio de la opción (**X**) - precio de reembolso del título- y la varianza de la tasa de rendimiento instantánea (σ^2), habrá que determinar la relación existente entre el coste de la opción de compra (**C**) y el precio de mercado de la obligación sobre la que recae (P_0). Disponiendo de un modelo que ofreciese tal relación, cada día se podría determinar qué opciones se encuentran infravaloradas y cuáles sobrevaloradas mediante la simple introducción, en la fórmula, del precio de la obligación ese día. Ese modelo ha sido desarrollado por Black y Scholes cuya fórmula de valoración de opciones de tipo europeo es:

$$C = P_0 \times N(d_1) - X \times e^{-R_f \cdot t} \times N(d_2) \qquad [Ec.9]$$

Donde $N(d_i)$ es la función de distribución de la variable aleatoria normal de media nula y desviación típica unitaria (probabilidad de que dicha variable sea mayor o igual a d_i).

$$d_1 = \frac{\ln(P_0/X) + (R_f + \frac{1}{2}\sigma^2) \times t}{\sigma \times \sqrt{t}} \; ; \qquad d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{t} \qquad [Ec.10]$$

4.3 La amortización parcial

A través de un ejemplo inspirado en un caso real vamos a analizar el cálculo del rendimiento de un empréstito sometido a amortización parcial, es decir, aquél que va siendo amortizado parcialmente a lo largo de su vida y no por su totalidad como los vistos anteriormente.

En Enero de 1991, Procisa realizó una emisión de bonos simples al 15,5%, pagadero por semestres vencidos, y con una vida de tres años. La amortización de los bonos[3] sería semestral a través de un sorteo por la que a partir del primer semestre y en los sucesivos se irían amortizando, respectivamente, los siguientes porcentajes de títulos: el 5%, el 10%, el 10%, el 20%, el 25%, y el 30%. Cada bono tenía un valor nominal de 10.000 pts., y el precio de reembolso, anticipado o no, coincidía con el nominal.

En la figura 11 se muestra el análisis de la emisión suponiendo que los tipos de interés anuales para una emisión de riesgo y características semejantes a la mostrada van a ser del 15%, 15,25% y 14,5%, respectivamente, para cada uno de los tres años que dura la emisión. Se muestran, los tipos de interés semestrales y los factores de descuento, también semestrales, necesarios para calcular el precio teórico actual y el del final del primer año. Posteriormente, aparecen los seis posibles casos que se pueden dar para un bono cualquiera de dicha emisión. En cada uno se muestra una fecha distinta de amortización y, lógicamente, la reinversión del principal al tipo de interés anual vigente en el momento de la amortización anticipada.

Interés año	0,155	0,15		0,1525		0,145	
Interés semest.	0,0775	0,075	0,075	0,076	0,076	0,073	0,073
		0,93	0,8653	0,804	0,747	0,6966	0,649
Posibles				0,9292	0,863	0,805	0,751
Amortizaciones							
Sem. 1	-10.000	775	750	750	750	750	11.525
Sem. 2	-10.000	775	775	750	750	750	11.525
Sem. 3	-10.000	775	775	775	763	763	11.538
sem. 4	-10.000	775	775	775	775	763	11.538
Sem. 5	-10.000	775	775	775	775	775	10.725
Sem. 6	-10.000	775	775	775	775	775	10.775
Promedio	-10.000	775	774	771	770	768	11.104
V.Actualizado		721	670	620	575	535	7.212
V.Actual -1				717	665	618	8.334
Precio inicial	**10.332**						
Precio final-1	**10.333**						
TIR del año 1	**19,40%**						

Fig. 11

[3] En el caso real, el propietario de un bono al que le hubiera correspondido ser amortizado, podía negarse a dicha operación y mantener el mismo hasta el final de su vida. Los porcentajes indicativos de la parte que se podía amortizar del empréstito cada semestre, pretenden proteger al emisor de una avalancha de peticiones de reembolso anticipado indicando el máximo que la empresa se comprometía a reembolsar en cada período.

Por ejemplo, si el bono se amortiza en el segundo semestre tendrá unos flujos de 775 pesetas semestrales durante ambos períodos de tiempo, luego se amortizará anticipadamente y el propietario del bono deberá reinvertir las 10.000 pesetas al tipo de interés que regía en dicho momento (el 15% anual). Cuando hallamos calculado los seis casos, obtendremos su media ponderada (ver la fila denominada "promedio") basándonos en los porcentajes de amortización, es decir, el primer semestre tiene una ponderación del 5%, el segundo del 10%, etc.

Una vez obtenidos los flujos medios de los seis casos podremos obtener su valor actual (el precio intrínseco: 10.332 pts.), el valor actualizado al final del primer año (su precio teórico en esa fecha: 10.333 pts.) y su rendimiento durante el primer año:

$$\frac{10.333 + 775 \times (1+0{,}075) + 774}{10.000} - 1 = 19{,}40\%$$

es decir, el precio teórico final más los dos cupones semestrales capitalizados a fin de año, dividido todo ello por el precio de emisión y restándole la unidad.

4.4. La valoración de la deuda subordinada

Para terminar este epígrafe dedicado al cálculo de la rentabilidad de las emisiones de obligaciones realizadas por las empresas, nos referiremos a las emisiones de obligaciones o bonos subordinados, que pueden, o no, incorporar *warrants*. Este tipo de emisiones suelen denominarse de "alto riesgo" (un ejemplo famoso de este tipo de emisiones son los denominados *bonos basura*), debido a que su propietario sólo recibe el pago de los intereses cuando la empresa tiene beneficios, además, por lo general, la empresa emisora tiene la opción de amortizar la emisión antes de su vencimiento. Con objeto de contrarrestar esto último, varias emisiones de este tipo suelen llevar incorporadas un *warrant*, que permite a su propietario suscribir acciones de la empresa a un precio predeterminado durante un cierto tiempo.

Como se aprecia la dificultad de valorar este tipo de emisión es muy grande. Primero tendremos que lidiar con la emisión de las obligaciones subordinadas en sentido puro, lo que nos llevará a intentar reducir los muy inciertos flujos de caja a condiciones de certeza ya sea, aplicando una serie de coeficientes ALFA que penalicen cada flujo, o bien incrementando el valor del tipo de descuento en una cantidad que represente la prima de riesgo que se considere para esta emisión y que coincidirá con la prima de riesgo de la empresa.

Por otro lado, deberemos valorar la opción de amortización anticipada de la emisión por parte de la institución emisora. Esta última, se decidirá por la amortización, no sólo cuando los tipos de interés futuros tiendan a la baja, sino, también, cuando sus flujos de caja tiendan al alza y puedan hacer frente al reembolso de toda la emisión subordinada, puesto que a diferencia de las emisiones normales de deuda, éste tipo de emisión no se sustituye por otra de iguales características sino que se sustituye por deuda principal, acciones, o se elimina completamente del pasivo de la empresa.

Por último, deberemos valorar el *warrant* que lleva anexo cada obligación. Para ello aplicaremos la teoría de valoración de opciones, que hemos visto anteriormente.

En realidad, la valoración de este instrumento financiero se encuentra "a caballo" entre la valoración de títulos de renta fija y los de renta variable. Basándose en esto último, el valor de mercado de los bonos subordinados sube o baja según lo hagan las acciones de la empresa; pero la subida sólo se producirá hasta un cierto valor, alcanzado el cual la empresa procederá a reembolsar el principal a su poseedor. Esto ocurre porque la empresa se encontrará en una buena situación crediticia (por eso se cotizan más sus títulos), que le permitirá rescatar sus bonos subordinados refinanciándolos a un tipo inferior con deuda principal, o eliminándolos definitivamente del pasivo. Si, además, llevan incorporado un *warrant* éste podrá ser ejercido en ese momento con lo que el poseedor pasará a convertirse en propietario casi al mismo tiempo que deja de ser acreedor.

En la figura 12 se muestra la gráfica del beneficio para el comprador de un bono subordinado, que además lleva incorporado un *warrant*. Para simplificar, supondremos que el nominal del bono coincide con el de la acción (**B**=**A**). El precio del bono es **B**, pero la pérdida máxima en el caso de que el valor de las acciones sea nulo es **B´**, que es menor que **B**; y esto es así debido a que al liquidar la empresa el poseedor del bono tiene preferencia de cobro sobre los accionistas (cuanto mayor sea la probabilidad de recuperar la totalidad del precio del bono más tenderá a cero **B´**).

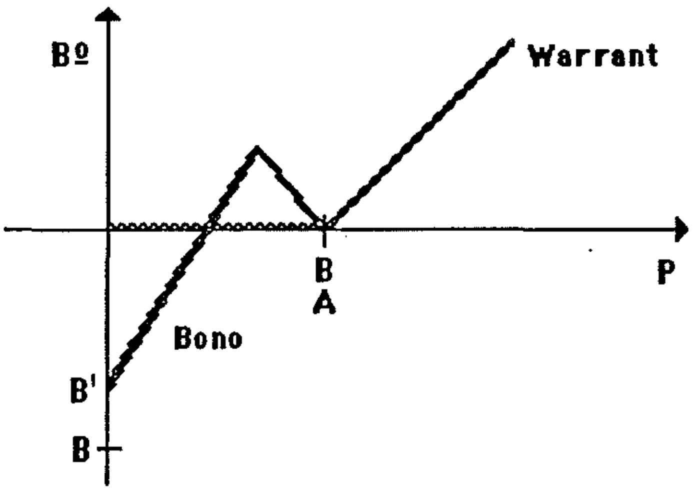

Fig.12 Esquema gráfico del beneficio para el comprador de un bono subordinado más un *warrant*

Conforme la empresa va eludiendo la quiebra y se aproxima el momento de obtener beneficios, el valor de mercado del bono subordinado irá creciendo hasta llegar a un valor máximo, que mostrará la ganancia máxima del mismo con base en los intereses esperados durante su vida máxima estipulada. Ahora bien, si la empresa continúa generando beneficios y flujos de caja más altos (el valor de las acciones seguirá aumentando), los bonistas empezarán a pensar que el momento de la amortización financiera anticipada de sus títulos se está acercando, y como el rescate de los mismos se realiza por el principal y no por su precio de mercado, el valor de los bonos, *ex-warrant*, comenzará a descender hacia su valor nominal. En el gráfico se ha supuesto que cuando el precio de mercado de la acción coincide con su valor nominal (P=A) y con el nominal del bono (P=B), la empresa rescata éste último.

Por otro lado, si a los efectos de simplificar suponemos que el precio de ejercicio del *warrant* coincide con el valor nominal de la acción (A), en el mismo momento en que el precio de mercado de ésta supere a su valor nominal el *warrant* comenzará a tomar un valor positivo, que reflejará la diferencia entre ambos precios, y que mostrará la ganancia del bonista si decide ejercer su opción de adquirir la acción por su precio de ejercicio (A) y seguidamente la revende por su precio de mercado (P). El perfil de la ganancia total de la combinación de ambos títulos bono + *warrant* se realizaría sumando sus perfiles individuales. Téngase en cuenta que la alta rentabilidad esperada de los bonos subordinados radica precisamente en las ganancias de capital obtenidas al ejercer el *warrant*.

Hemos hablado de que los bonos subordinados pueden ser rescatados por su valor nominal anticipadamente, pero también existen otras modalidades como, por ejemplo, rescatarlos por su precio de mercado o por otro previamente convenido, al final de su vida o anticipadamente, o incluso a cambio de acciones. Todo ello figura en las cláusulas del convenio de financiación entre las entidades suministradoras de recursos financieros y la receptora de los mismos.

II. DURACION Y CONVEXIDAD

5. Teoremas de la valoración de los bonos

Los cinco teoremas que vamos a estudiar a continuación hacen referencia a cómo varían los precios de los bonos en respuesta a las variaciones de su rendimiento hasta el vencimiento. El analista de los títulos de renta fija deberá conocer profundamente estas propiedades de los mismos debido a la importancia que ello tiene en la previsión de la variación del precio de mercado de los títulos con respecto a los cambios en los tipos de interés.

Recordemos, si el precio de mercado de un bono coincide con su valor nominal, entonces el rendimiento del mismo coincidirá con el tipo de interés del cupón. Ahora bien, si el precio de mercado es inferior al nominal, el rendimiento superará al tipo de interés prometido por el emisor. Lo contrario ocurrirá si el precio de mercado supera al nominal.

A continuación pasaremos a enunciar y comentar los cinco teoremas de la valoración de los bonos (en aras de una mayor simplicidad supondremos que el cupón se paga anualmente).

5.1 Teorema primero

Si el precio de mercado de un bono aumenta, entonces su rendimiento deberá decrecer; o bien, si aquél descendiese, éste aumentará. Así pues, el rendimiento del bono es una función inversa del precio de mercado.

El bono A tiene una vida de cinco años, un nominal de 10.000 pts., y paga anualmente el 10% de interés (1.000 pts.). Si su precio de mercado es de 10.000 pesetas su rendimiento será, lógicamente, del 10%. Ahora bien, si el precio de mercado aumentase a 11.000 pesetas, su rendimiento caería hasta el 7,53%. O si aquél descendiese a 9.000 pts., su rendimiento crecería hasta situarse en el 12,83%.

5.2 Teorema segundo

Si el rendimiento de un bono no varía a lo largo de su vida, el tamaño de su descuento, o de su prima, descenderá conforme su vida se acorte.

Volvamos a estudiar el bono A suponiendo que el precio de mercado fuese de 11.000 pts., y su rendimiento se mantenga durante toda su vida en el 7,53%, la prima irá descendiendo tal y como se muestra en la tabla 7, conforme el bono se aproxime a su vencimiento.

Tiempo de vida	5	4	3	2	1
Precio de mercado	11.000	10.826	10.642	10.443	10.229
Valor nominal	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
Prima	1.000	826	642	443	229

Tabla 7

5.3 Teorema tercero

Si el rendimiento de un bono no varía hasta la fecha de su vencimiento, entonces el tamaño de su descuento, o de su prima, decrecerá a una tasa creciente conforme su vida se acorte.

Tiempo de vida	5	4	3	2	1
Prima	1.000	826	642	443	229
Diferencia	-	-174	-184	-199	-214
Decremento	-	17,4%	22,3%	31%	48,3%

Tabla 8

Si volvemos a observar el ejemplo del teorema anterior y construimos la tabla 8 basada en los decrementos de la prima veremos como efectivamente éstos aumentan cada vez más conforme la vida de la emisión se acerque a su término (véase también la figura 13).

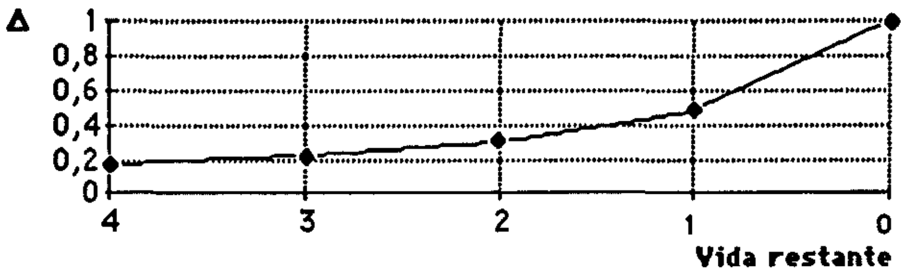

Fig.13

5.4 Teorema cuarto

Si el rendimiento del bono aumenta o desciende en la misma cantidad, la variación que producirá en su precio de mercado será mayor cuando éste último aumente (el rendimiento decrece) que cuando descienda (el rendimiento crece).

El bono A cuyo rendimiento en el momento de su emisión es del 10%, que se corresponde con su precio de mercado inicial es de 10.000 pesetas. Si el rendimiento asciende un punto, esto es, el 11% el precio de mercado será de 9.630 pts. Pero si dicho rendimiento descendiese un punto, al 9%, el precio del bono sería de 10.389 pts. Como se aprecia el aumento del precio en este último caso es de 389 pesetas, algo superior, a las 370 pesetas de descenso de dicho precio en el primer caso.

5.5 Teorema quinto

El porcentaje de variación en el precio del bono debido a un cambio en su rendimiento será menor si su tipo de interés es mayor.

Si poseemos un bono denominado B con un nominal de 10.000 pts., cinco años de vida y un tipo de interés del 12%, tiene un precio de mercado de 10.758 pesetas, lo que le hace tener un rendimiento del 10% (lo mismo que el bono A). Si el rendimiento lo situáramos en el 11%, el precio de mercado sería de 10.370 pts., es decir, 388 pesetas menos que antes lo que representa un 3,61% de descenso. Si, acontinuación, el rendimiento aumentase al 12% el precio intrínseco sería de 10.000 pts., lo que implica un descenso de 370 pts., es decir, el 3,56% que como se aprecia es algo inferior al descenso anterior. Si el rendimiento ascendiese al 13%, el descenso del precio sería del 3,51%.

Seguidamente, vamos a pasar a estudiar el concepto de *duración*, que es fundamental para entender una serie de estrategias de gestión de carteras de renta fija, tanto de tipo activo como pasivo.

6. El concepto de "duración"

Una derivación del teorema quinto que acabamos de comentar consiste en que los bonos que tienen la misma fecha de vencimiento pero distintos tipos de interés nominales, pueden reaccionar de distinta forma ante un cambio en la estructura temporal de los tipos de interés. Sin embargo, los bonos que tengan una *duración* semejante reaccionarán de la misma forma.

El concepto de *duración* fue desarrollado por Frederick Macaulay en 1938 y hace referencia al vencimiento promedio de la corriente de pagos de un bono. En realidad, estamos considerando al bono como una cartera formada por pagos individuales y dado que cuando calculamos el rendimiento de una cartera lo hacemos obteniendo la media ponderada de los rendimientos de los títulos que la componen, así el vencimiento de esta "cartera" se calcula obteniendo la media ponderada de los vencimientos de cada pago implicado en la misma. Las ponderaciones para cada período de tiempo **t** son iguales al valor actual de los flujos de tesorería en cada período de tiempo (intereses o principal multiplicados por sus factores de descuento respectivos) dividido por el valor actual del bono. La expresión matemática de la duración, en forma discreta, es:

$$\boxed{D = \frac{\displaystyle\sum_{t=1}^{n} \frac{t \times Q_t}{(1+r)^t}}{\displaystyle\sum_{t=1}^{n} \frac{Q_t}{(1+r)^t}} = \frac{1}{P_0} \times \sum_{t=1}^{n} \frac{t \times Q_t}{(1+r)^t}} \qquad \text{[Ec.9]}$$

donde P_0 representa el precio de mercado del bono en la actualidad, Q_t es el flujo de caja del período (cupón más principal), **r** es la tasa de rendimiento hasta el vencimiento, n el número de años hasta el vencimiento, y P el valor de reembolso del bono (generalmente su valor nominal).

Para un bono del tipo cupón cero, la duración coincide con el plazo hasta su vencimiento (n años). Sin embargo, para un bono clásico parte de su valor actual se deriva de la corriente de los flujos de caja habidos antes de su vencimiento, lo que hace que su duración sea menor que el plazo hasta su vencimiento.

Supongamos un bono de nominal 10.000 pts., con un plazo de vencimiento situado en cinco años, que paga un 12% de interés anual al final de cada año y se le estima un rendimiento anual del 14,5% hasta su vencimiento. En la tabla 9, se muestra el cálculo de la duración del bono.

Períodos	Flujos de Caja	Factor de Descuento	Valor Actual	V.A. x n	Pesos
1	1.200	0,873	1.047,60	1.047,60	11,45%
2	1.200	0,763	915,60	1.831,20	10%
3	1.200	0,666	799,20	2.397,60	8,74%
4	1.200	0,582	698,40	2.793,60	7,63%
5	11.200	0,508	5.689,60	28.448,00	62,18%
			P_0 = 9.150,4	36.518,0	

Tabla 9

Si ahora dividimos 36.518 entre 9.150,4 obtendremos el valor de la *duración*: 3,99 años. Como se aprecia hay una diferencia de 1,01 años con relación a la vida de la emisión, que es debida a que parte de los flujos de tesorería se reciben antes del vencimiento de la misma.

En la columna de la derecha de la tabla 3 se muestra el porcentaje del valor actual que se obtiene cada vez que recibamos un flujo de caja. Así, cuando obtengamos el primero habremos obtenido el 11,45% del valor actual de la emisión (que, recordemos, es de 9.150,4 pts.), en el momento de obtener el segundo flujo obtendremos un 10% más de dicho valor y así sucesivamente. Por lo tanto, hay unos flujos que son más importantes de recibir que otros, debido a la parte que se recupera del valor actual de la emisión. Es decir, si obtenemos el último flujo de caja cuyo valor nominal es de 11.200 pts., pero que tiene un valor actual de 5.689,6 pts., lo que representa un 62,18% del valor de la emisión, habremos conseguido más del sesenta por ciento del valor de la emisión. Por ello, cada período tiene una importancia distinta para el inversor, la cual dependerá del peso que tenga el valor real del flujo prometido en relación al valor actual de la emisión. Esto es lo que hace que si queremos obtener la *duración* de una emisión debamos calcular la media de los diversos períodos de tiempo sobre los que se extiende la misma, ponderados por su importancia con arreglo al valor actual de los flujos de caja que cada uno de ellos proporciona.

Otra forma de entender la duración de un bono es la de que indica el plazo hasta el vencimiento de su bono cupón cero equivalente, es decir, si capitalizamos las 9.150,4 pesetas del precio actual del bono al 14,5% durante 3,99 años obtendremos un valor final de 15.708 pesetas, que mostraría el precio final del bono cupón cero que tiene la misma duración que el analizado en la tabla 3.

La razón por la que el concepto de *duración* ha reemplazado al de *madurez* (definido éste como plazo de tiempo hasta el vencimiento) como una medida de la longitud de la corriente de pagos, radica en que ésta última se refiere al instante del tiempo en que tiene lugar el último pago del empréstito, ignorando completamente el momento y la magnitud del resto de los pagos que van a ser efectuados desde el momento actual hasta su vencimiento. Por ello, la duración es una medida mucho más exacta de la longitud media del tiempo en la que el inversor espera obtener su dinero en una inversión en bonos.

Concretando, el concepto de *duración* es importante por una serie de razones:

a) Es una medida quizás más comprensible del plazo de una emisión de bonos u obligaciones.
b) Es un factor importante de alguna de las estrategias de inmunización de los bonos.
c) Es una medida directa de la sensibilidad del precio de los bonos a los cambios en los tipos de interés.

7. El cálculo de la *duración* según Fisher-Weil

En la ecuación 9 representativa del cálculo de la *duración* según Macaulay, se supone que el tipo de rendimiento hasta el vencimiento se va a mantener constante hasta el final de la vida del bono. Si esto último no fuese así entonces el valor actual de un flujo de tesorería, Q_t, cualquiera sería igual a:

$$\frac{Q_t}{(1+r_1)(1+r_2)\cdots\cdots(1+r_t)} \qquad \text{[Ec.10]}$$

basándonos en esto podremos calcular el valor del precio teórico o intrínseco del bono con arreglo a la estructura temporal de los tipos de interés:

$$P_0 = \frac{Q_1}{(1+r_1)} + \frac{Q_2}{(1+r_1)(1+r_2)} + \cdots + \frac{Q_n}{(1+r_1)(1+r_2)\cdots\cdots(1+r_n)} \qquad \text{[Ec.11]}$$

con lo que la expresión matemática del cálculo de la duración basada en la estructura temporal de los tipos de interés (rendimientos hasta el vencimiento variables) desarrollada por Fisher y Weil será la siguiente:

$$\boxed{D_{FW} = \frac{1}{P_0} \times \left[\frac{1 \times Q_1}{(1+r_1)} + \frac{2 \times Q_2}{(1+r_1)(1+r_2)} + \cdots + \frac{n \times Q_n}{(1+r_1)(1+r_2)\cdots\cdots(1+r_n)}\right]}$$

[Ec.12]

Supongamos un bono cuyo vida es de tres años, su nominal es de 10.000 pts., y paga un cupón anual de 1.300 pesetas. Los tipos de interés esperados por el mercado para los tres próximos año son, respectivamente: 11%, 12,65% y 13,35%. Su precio teórico será:

$$P_0 = \frac{1.300}{1,11} + \frac{1.300}{(1,11)\,(1,1265)} + \frac{11.300}{(1,11)\,(1,1265)\,(1,1335)} = 10.183 \text{ pts}$$

aplicando ahora la expresión mostrada en la ecuación 12, obtendremos el valor de la duración según Fisher-Weil:

$$D_{FW} = \frac{1}{10.183} \times \left[\frac{1.300}{1,11} + \frac{2 \times 1.300}{(1,11)(1,1265)} + \frac{3 \times 11.300}{(1,11)(1,1265)(1,1335)}\right]$$

en la que $D_{FW} = 2,67$ años.

8. Las variables determinantes de la *duración*

Las variables que determinan la duración de un bono y, por extensión, de su volatilidad son siete: el cupón, el plazo hasta el vencimiento, el interés acumulado, el rendimiento del bono, la amortización parcial de la emisión, la amortización anticipada de la emisión y el paso del tiempo.

El cupón. La duración y el tipo de interés pagado a través del cupón están inversamente relacionados, pues a mayor tipo de interés menor duración. Esto es fácil de ver pues cuanto mayor sea el cupón, el propietario del bono recibe una cantidad mayor, relativamente hablado, de flujos de caja en los primeros años de la vida del bono (tanto por el mayor volumen en pesetas recibido, como porque el proceso de descuento tiene un menor efecto sobre los primeros flujos de caja), lo cual disminuye la *duración*. También cuanto mayor sea la frecuencia de pago de los cupones, menor será la *duración* de la emisión. El bono cupón cero sería el caso extremo en el que la *duración* del bono coincide con la madurez del mismo, al no existir pagos por cupón; así que en cuanto los cupones existan, por pequeños que sean, la *duración* descenderá.

El plazo hasta el vencimiento. Por regla general, cuanto mayor sea el plazo hasta el vencimiento, mayor será la duración y mayor la volatilidad del bono. Es lógico, puesto que cuanto más se tarde en llegar a la fecha de vencimiento del bono mayor será el riesgo de dejar de cobrar algún cupón y más tendremos que esperar a cobrar los cupones que nos faltan. Esta regla no se cumple cuando los cupones son bajos y la emisión de los bonos se realiza al descuento (esto ocurre cuando a la hora de emitirlos, el tipo del cupón es inferior al rendimiento esperado, por ser emitidos bajo la par). Por otro lado, los bonos perpetuos tienen una *duración* igual al inverso del rendimiento del bono hasta su vencimiento, sin importar cuál sea el cupón. Así, por ejemplo, un bono perpetuo que tenga un rendimiento esperado del 12%, tendrá una *duración* de 8,33 años (D = 1/r). Esto es importante, puesto que se puede considerar a las acciones preferentes como un tipo de bono perpetuo cuya *duración* será igual a la inversa de su rendimiento actual.

El interés acumulado. Cuando un bono es adquirido o vendido entre dos fechas consecutivas de pago del cupón, se encuentra sujeto al pago o cobro de un interés acumulado al que tiene derecho. De tal manera que el precio del título no sólo es el que aparece en su cotización sino que hay que incluirle esa parte del cupón al que tiene derecho el vendedor. Como el cálculo de la *duración* incorpora este precio global, ésta se encuentra relacionada inversamente con dicho interés acumulado. Es decir, un bono que tenga un interés acumulado tendrá una duración más pequeña que otro semejante que carezca del mismo, debido a que en cuanto el inversor reciba el primer cupón al que tiene derecho va a ver reembolsado el interés acumulado que tuvo que pagar al vendedor. Por ejemplo, suponga que usted adquiere un bono tres meses antes de que pague su cupón semestral de 6.000 pts., el vendedor le cobrará, además del precio de mercado, 3.000 pts., más en concepto de intereses acumulados a los que tiene derecho, pero transcurridos los tres meses usted habrá contrarrestado dicho pago con el cupón.

El rendimiento hasta el vencimiento. Existe una relación inversa entre la *duración* (y la volatilidad del bono) y el tamaño del rendimiento hasta el vencimiento. Así que a mayor rendimiento, menor *duración* y volatilidad. Esto es así, debido a que el rendimiento hasta el vencimiento (r) es la tasa de descuento utilizada en la determinación del valor actual del bono y cuando aquél aumenta, desciende el valor actual de los flujos más lejanos en el tiempo, tanto en valor absoluto como relativo. Por ello, las ponderaciones de estos flujos se reducen y la *duración* se aleja del momento del vencimiento, es decir, desciende.

La amortización parcial de la emisión. Cuando un bono puede ser amortizado antes de su vencimiento, porque pertenece a una emisión que va a ser amortizada parcialmente, verá reducirse su duración en comparación con la de otros bonos semejantes que no tengan dicha posibilidad. La posibilidad del reembolso anticipado del bono reduce el vencimiento promedio de los flujos de caja del mismo, así como el número de éstos, todo lo cual producirá un acortamiento de la duración.

La amortización anticipada de la emisión. Por la misma razón que en el caso anterior la duración del bono se verá acortada si la empresa emisora tiene la posibilidad de amortizar completamente la emisión antes de su fecha de vencimiento.

El paso del tiempo. Como parece lógico conforme va transcurriendo el tiempo, la duración se va acortando a una tasa creciente. Esto es debido a que el último flujo de caja, es decir el reembolso del principal, es el flujo de mayor calibre de toda la inversión por lo que ejerce su fuerza de atracción sobre la duración, que se aproxima cada vez más rápidamente hacia el mismo. En el caso de los bonos cupón cero está tasa es constante puesto que sólo hay un pago, el último.

9. La *duración* como una medida de la volatilidad de los bonos

Cuando hablamos de *volatilidad* de los bonos u obligaciones nos estamos refiriendo a la sensibilidad de su precio de mercado con relación a los cambios que se produzcan en el tipo de interés. Así que la podemos definir como la variación que se produce en el precio del bono con respecto a un incremento de cien puntos básicos (1%) sobre el rendimiento hasta el vencimiento del mismo.

Para conectar los conceptos de *volatilidad* y *duración* deberemos echar mano de la denominada *duración modificada* (D*), que se obtendrá haciendo:

$$D^* = \frac{D}{(1 + r/m)} \qquad \text{[Ec.13]}$$

donde **D** representa la duración (ver ecuación 9), **r** el tipo de rendimiento anual hasta el vencimiento y **m** el número de veces que se paga un cupón por año (si es semestral, m=2, si trimestral, m=4, etc.). Así, por ejemplo, la duración modificada del ejemplo anterior será igual a 3,99/1,145 = 3,48 años.

Si ahora mostramos la ecuación representativa de la volatilidad del bono (ec.14), con arreglo a la definición que utilizábamos unos párrafos más arriba, veremos que es aproximadamente igual a la duración modificada.

$$D^* \approx - \frac{(P_1 - P_0)/[(P_1 + P_0)/2]}{(r_1 - r_0)} \qquad \text{[Ec 14]}$$

Como se aprecia, para calcular la variación relativa del precio no se parte del precio inicial (**P_0**) sino de la media de los precios inicial y final, lo cual es mucho más exacto. Si en la ecuación anterior sustituimos la duración modificada por la duración de Macaulay (D), el resultado será:

$$D \approx - \frac{(P_1 - P_0) / [(P_1 + P_0)/2]}{(r_1 - r_0) \; / \; [1 + (r_1 + r_0)/2]} \qquad \text{[Ec. 15]}$$

en la que se ha utilizado la media del rendimiento más que el rendimiento inicial (r_0), por la misma razón que la explicada anteriormente para el precio del título.

Veamos un ejemplo, supongamos que tenemos un empréstito con un plazo de cinco años, formado por bonos de 10.000 pts., que pagan un cupón a fin de año de 1.200 pesetas. El rendimiento hasta el vencimiento se espera que sea del 13%. Si actualizamos los pagos a realizar al final de cada uno de los cinco años al tipo de interés del 15%, obtendremos el valor actual del bono: 9.648 pesetas. Su duración es 4,02 años.

Si el tipo de interés ascendiese en un punto (14%), el precio actual del bono se situaría en 9.313 pesetas, es decir, habría una variación de -335 pts. Aplicando ahora la expresión 13, obtendremos que el valor de la volatilidad es:

$$\frac{(9.313 - 9.648) \; / \; [9.313 + 9.648)/2]}{(0{,}14 - 0{,}13) \; / \; [1 + (0{,}13 + 0{,}14)/2]} = \frac{335 \; / \; 9.480{,}5}{0{,}01 \; / \; 1{,}135} = -4{,}01$$

La volatilidad es el porcentaje de variación en el precio por unidad de variación en el rendimiento. El precio base (ver la ecuación 15) es la media aritmética del precio inicial y final, lo que es mejor que calcularlo sobre el precio inicial solamente. El rendimiento base se calcula de igual forma, pero dicho valor se expresa en la forma 1+r. La volatilidad es negativa, lo que indica que a un aumento del rendimiento le seguirá un descenso en el precio, es decir, que ambas variables están relacionadas inversamente entre sí.

% de variación en el precio del bono	$\approx -$ D $\times$	% de variación unitario en el rendimiento del bono

Véase la gran proximidad existente entre el valor de la *duración* (4,02) y el valor absoluto de la volatilidad (4,01). Para variaciones muy pequeñas del rendimiento se puede mostrar como la *duración* coincide con nuestra definición de volatilidad del bono.

Para cambios mayores del 0,5%, lo anterior sólo es aproximadamente cierto. La razón de que no coincidan exactamente los valores de la volatilidad y de la *duración* estriba en que la duración está basada en la derivada de P_0 con respecto al rendimiento (dP_0/dr), y las derivadas se refieren a cambios infinitesimales de las variables. De esta manera podemos ver como la duración es, además, de una medida del "plazo" del bono, una medida de la volatilidad del mismo. De hecho, cuanto mayor sea la *duración*, mayor será la volatilidad del bono.

Concretando, el precio de los bonos está inversamente relacionado a su rendimiento; la duración actúa como un multiplicador dado que cuanto más grande sea, mayor será el impacto en el precio de los bonos ante un cambio de los tipos de interés; y, por último, para una duración determinada, cuanto mayores sean las variaciones en el tipo de interés, mayor será el porcentaje de cambio en el precio.

10. Limitaciones del concepto de *duración*

Hay, al menos, cuatro limitaciones a la utilización de la *duración* como medida del riesgo de una cartera de renta fija.

Primero, la *duración* hace referencia únicamente al riesgo asociado con los cambios en los tipos de interés. Esto es, no refleja los cambios en el precio de mercado del bono procedentes de cambios en la corriente de los flujos de caja esperados; lo que puede suceder cuando el bono es convertible, o porque exista la posibilidad de ser amortizado anticipadamente por la empresa[4], o porque el riesgo de insolvencia de la empresa ha aumentado, etc.

Segundo, la *duración* se limita a medir exclusivamente la relación existente entre los cambios habidos en el rendimiento hasta el vencimiento. Lo que quiere decir que indica el porcentaje de cambio entre una estructura de tipos de interés plana y otra que tienda a crecer o a decrecer.

Tercero, si bien es cierto que el precio de mercado de las emisiones de deuda con una *duración* mayor es más sensible que el precio de las emisiones con menor *duración*, ante un cambio dado en el rendimiento esperado hasta su vencimiento, también es

[4] El concepto de *duración efectiva* hace referencia precisamente a este caso (ver epígrafe 15)

verdad que el rendimiento de las emisiones de menor *duración* es más volátil que el de las de mayor. Esto último no lo refleja el concepto de *duración* y a la hora de valorar el riesgo final de la emisión es necesario tener en cuenta conjuntamente ambos factores.

Cuarto, es relativamente fácil medir la *duración* de los bonos pero es bastante más complejo medir la de otras inversiones como las acciones ordinarias, por ejemplo. Ello limita las posibilidades de valorar el riesgo de una cartera mixta formada por títulos de renta fija y variable a través del uso de la *duración*.

Debido a estas limitaciones en la medida del riesgo a través de la duración, más adelante consideraremos la aplicación de otras técnicas más tradicionales de gestión del riesgo que puedan aplicarse, al mismo tiempo, a títulos de renta fija y variable.

11. La duración de una cartera de renta fija

Una cartera de bonos no deja de ser una corriente de flujos de tesorería que se espera obtener a lo largo del tiempo. Por lo tanto su *duración* se medirá a través de la media ponderada del vencimiento de los flujos de caja de la cartera, utilizando como ponderación los valores actuales de dichos flujos. Como se aprecia el sistema de cálculo es el mismo que para títulos individuales con la única diferencia de que la misma es un conjunto de cupones con diferentes vencimientos y que, además, el rendimiento interno de la cartera, que es el que se utiliza para actualizar los flujos de caja, no coincide con el rendimiento medio ponderado de los rendimientos hasta el vencimiento de cada uno de los títulos que la componen.

Nº de títulos		Cupón	Precio	TIR	D	D*	Valor Mercado	% Cartera
20	A	11%	9.528 pts.	13%	2,71	2,39	190.560 pts.	33%
25	B	13%	9.657 pts.	14%	3,96	3,47	241.425 pts.	42%
15	C	14%	9.744 pts.	14,5%	5,90	5,15	146.160 pts.	25%
							578.145 pts	

Tabla 10

En la tabla 10 se muestra una cartera formada por tres títulos con diferentes vencimientos (tres, cinco y diez años), que pagan distintos tipos de interés, que tienen distintos precios de mercado, distintas TIR hasta el vencimiento, diferentes duraciones normales (D) y modificadas (D*) y diferentes ponderaciones dentro de la cartera (según el porcentaje de su valor de mercado en el valor actual de la cartera).

Año	A	B	C	Cartera
1	22.000	32.500	21.000	75.500
2	22.000	32.500	21.000	75.500
3	222.000	32.500	21.000	275.500
4		32.500	21.000	53.500
5		282.500	21.000	303.500
6			21.000	21.000
7			21.000	21.000
8			21.000	21.000
9			21.000	21.000
10			171.000	171.000

TIR = 13,97%
D = 4,07
D* = 3,57

Tabla 11

En la tabla 11 se muestran los flujos de caja totales de cada título, individualmente considerados, y los de la cartera. La TIR de la cartera se ha calculado tomando como valor inicial de la misma su valor de mercado: 578.145 pts., obteniéndose un rendimiento del 13,97%. Obsérvese que si la hubiésemos calculado a través de la media ponderada de los rendimientos hasta el vencimiento de cada uno de los títulos habríamos obtenido: 0,33 x 13% + 0,42 x 14% + 0,25 x 14,5% = 13,795%.

Lo mismo le ocurriría a la duración si la hubiésemos calculado a través de la media ponderada de las duraciones individuales habríamos obtenido un valor de 4,0325 años algo menos de los 4,07 años. De igual forma habría pasado con el cálculo de la duración modificada, pues no se olvide que ésta se obtiene dividiendo el valor de la duración entre (1 + TIR de la cartera).

Ahora bien, lo anterior no obsta para que desde un punto de vista práctico la obtención de las diversas duraciones de la cartera se pueda realizar a través de la media ponderada de las duraciones de los diversos títulos que la componen, debido a que el error cometido no es excesivo.

12. El concepto de *convexidad*

Como ya se ha visto anteriormente (veáse el teorema primero del epígrafe 5), el precio de los bonos está inversamente relacionado con el valor de los tipos de interés. Cuando éstos ascienden aquél cae, y lo contrario. En la figura 14 se muestra en el gráfico de la izquierda dicha relación a través de la denominada *curva precio/rendimiento.* La primera derivada de la función que dibuja dicha curva es lo que en el epígrafe anterior denominamos *duración modificada*, que dicho de otra forma, es la pendiente de la curva precio/rendimiento en un punto determinado que coincide con el rendimiento actual y que actúa de punto de tangencia entre ella y la recta representativa de la *duración modificada*, tal y como aparece en la gráfica de la derecha de la figura 14.

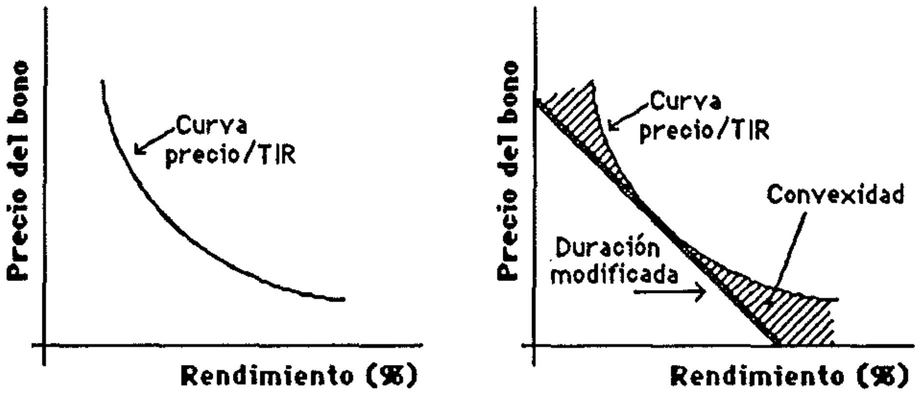

Fig.14 Curva precio/TIR, duración modificada y convexidad

La duración modificada es una estimación de tipo lineal de una relación precio/TIR no lineal, que puede ser utilizada para predecir la variación en el precio de los bonos cuando se mueven los tipos de interés.

% de cambio en el precio de los bonos	=	–	duración modificada	x	% de cambio en el rendimiento

Pendiente	=	–	duración modificada	x	Precio de mercado actual del bono

Pero como se puede apreciar en la figura 14, el uso de la duración modificada produce un error (la zona rallada) en la estimación de la curva precio/rendimiento. La *convexidad* (llamada así debido a la forma de dicha curva con respecto al orígen de coordenadas) es utilizada para predecir dicho error siendo, en realidad, la segunda derivada de dicha curva que muestra cómo varía la duración modificada cuando se alteran los tipos de interés.

La convexidad puede ser definida como la diferencia entre el precio actual del bono y el que ha sido estimado por la recta representativa de la duración modificada. En forma porcentual, la convexidad es la variación del precio no atribuible a la duración modificada.

Convexidad = Precio actual - Precio estimado

Convexidad (%) =	% de cambio actual en el precio	- % de cambio estimado en el precio

Es importante señalar que:

a) La convexidad tiene un valor positivo.
b) El efecto de la convexidad se refuerza cuando aumenta el tamaño de las variaciones del rendimiento.
c) El efecto de la convexidad no es el mismo para aumentos o caídas idénticos del rendimiento (las "caídas" provocan mayores grados de convexidad -véase el teorema cuarto del epígrafe 5).
d) La convexidad de una cartera se calcula extrayendo la media ponderada de las convexidades de los diversos títulos que la componen.

12.1 Ejemplo

Supongamos que estamos analizando una emisión de obligaciones a diez años, que paga un cupón de 1.200 pesetas por título y año vencido, que tiene un rendimiento hasta el vencimiento del 12%, una duración de 6,33 años y una duración modificada de 5,65 años.

En la tabla 12 se puede ver lo que sucedería con el cambio porcentual en el precio, tanto si es el estimado como el actual, al variar la tasa de rendimiento anual. La primera columna muestra los diversos valores de la TIR, la segunda la variación en porcentaje de la misma, la tercera el precio teórico del título según el valor del rendimiento, la cuarta la variación porcentual actual del precio (por ejemplo, (12.684-10.000)/10.000 = 26,8%). La quinta columna nos muestra la estimación, a través de la duración modificada de dicha variación (por ejemplo, [-5,65] x [-4,0%] = 22,6%) y en la sexta se puede ver el valor de la convexidad en porcentaje sin más que restar el valor de las dos columnas anteriores. En cuanto a la última se explica en el siguiente epígrafe.

TIR	% Cambio TIR	Precio teórico	% de cambio en Precio Actual	% de cambio en Precio Estimado	Convexidad en %	Factor de convexidad
5,0%	-7,0%	15.405	54,1%	39,6%	14,5%	2,07
6,0%	-6,0%	14.416	44,2%	33,9%	10,3%	1,72
7,0%	-5,0%	13.512	35,1%	28,3%	6,9%	1,38
8,0%	-4,0%	12.684	26,8%	22,6%	4,2%	1,05
9,0%	-3,0%	11.925	19,3%	17,0%	2,3%	0,77
10,0%	-2,0%	11.229	12,3%	11,3%	1,0%	0,50
11,0%	-1,0%	10.589	5,9%	5,7%	0,2%	0,20
12,0%	**0,0%**	**10.000**	**0,0%**	**0,0%**	**0,0%**	**0,00**
13,0%	1,0%	9.457	-5,4%	-5,7%	0,2%	0,20
14,0%	2,0%	8.957	-10,4%	-11,3%	0,9%	0,45
15,0%	3,0%	8.494	-15,1%	-17,0%	1,9%	0,63
16,0%	4,0%	8.067	-19,3%	-22,6%	3,3%	0,83
17,0%	5,0%	7.671	-23,3%	-28,3%	5,0%	1,00
18,0%	6,0%	7.304	-27,0%	-33,9%	6,9%	1,15
19,0%	7,0%	6.963	-30,4%	-39,6%	9,2%	1,31

Tabla 12

En la figura 15 se muestra la gráfica representativa de las variaciones estimadas y actuales del precio teórico del título según los valores que tome su rendimiento hasta el vencimiento (aquí se ha supuesto que va des el 0% hasta el 24%). Obsérvese que el tamaño de la convexidad es mayor cuando desciende el rendimiento que al contrario (véase la figura 16).

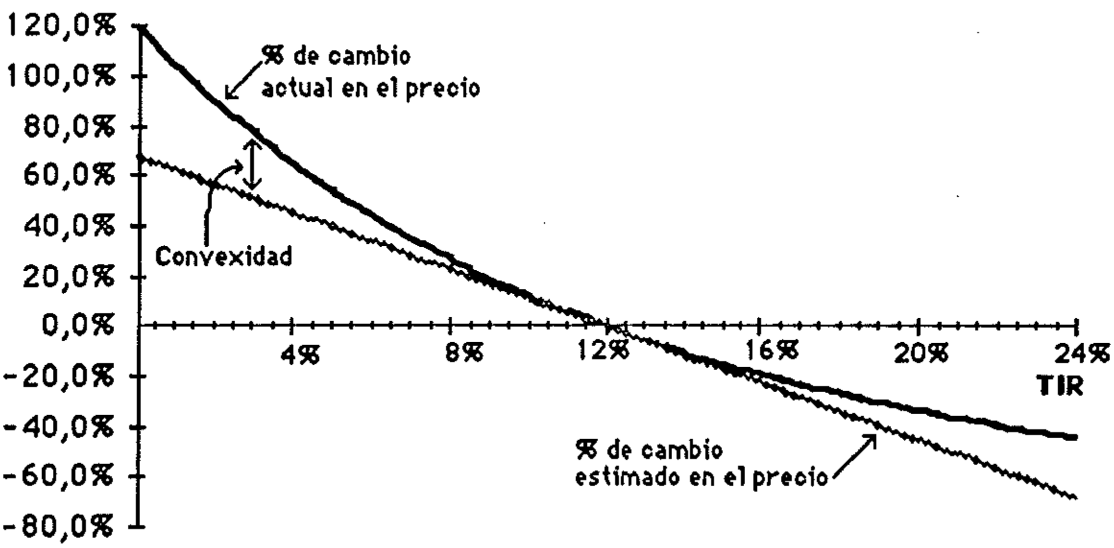

Fig. 15 Variaciones estimadas y actuales en el precio de un título según los valores que tome su TIR

Si la duración de un bono fuese constante para todos los niveles de rendimiento, la convexidad no existiría. Es precisamente la variación en la duración del título lo que da lugar a la convexidad. Esta última tiene un efecto positivo: la duración de un bono se alarga cuando el mercado es alcista (aumentan las ganancias de capital) y se acorta cuando es bajista (suavizando las caídas de los precios).

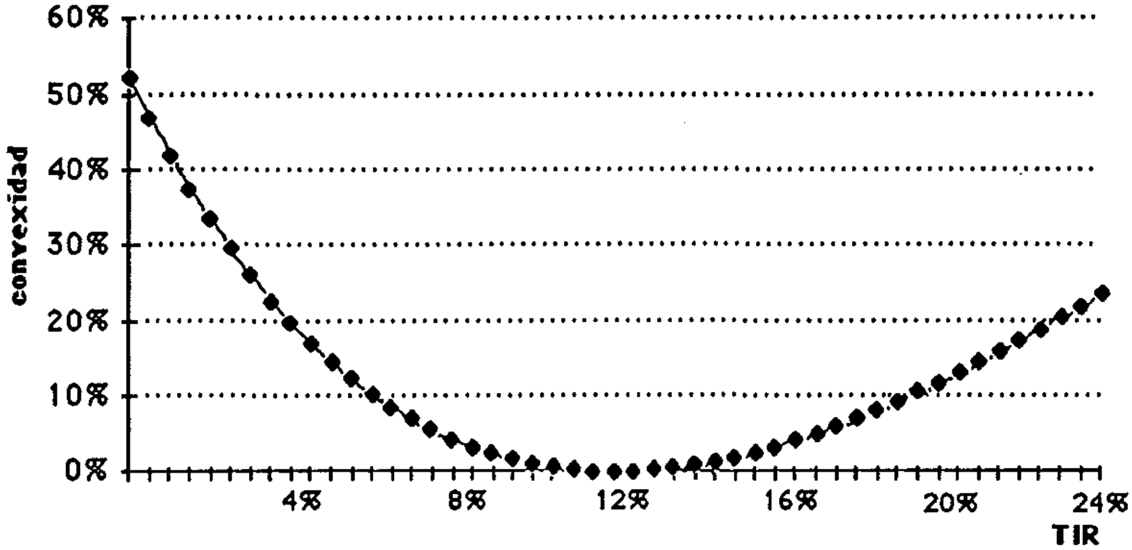

Fig.16 Valor de la convexidad según la TIR

13. El factor de convexidad

Para poder realizar comparaciones entre diversos títulos necesitamos una expresión normalizada de la convexidad. Además, ésta debería estar expresada en las mismas unidades que la duración modificada, puesto que una combinación de ambas cifras nos permitirá estimar con mayor exactitud la sensibilidad del precio del bono. Por ello surge el *factor de convexidad*, que se calcula según:

$$\boxed{\text{Factor de convexidad} = \frac{\text{Convexidad (\%)}}{\text{\% de variación absoluta de la TIR}}}$$

En la última columna de la tabla 12 se muestra el valor del factor de convexidad para cada una de las diferencias de la TIR con respecto al valor central (el 12%). Como se aprecia los factores de convexidad no son uniformes, sino que varían dependiendo del tamaño y la dirección del cambio en el rendimiento (ver la figura 17 y compararla con la figura 16). Con objeto de calcular un valor representativo del factor de convexidad para un bono determinado se puede calcular un factor promedio para una variación absoluta del rendimiento; por ejemplo ±3%, ó ±300 puntos básicos:

$$\text{convexidad} = (0{,}77 + 0{,}63) \;/\; 2 = 0{,}70$$

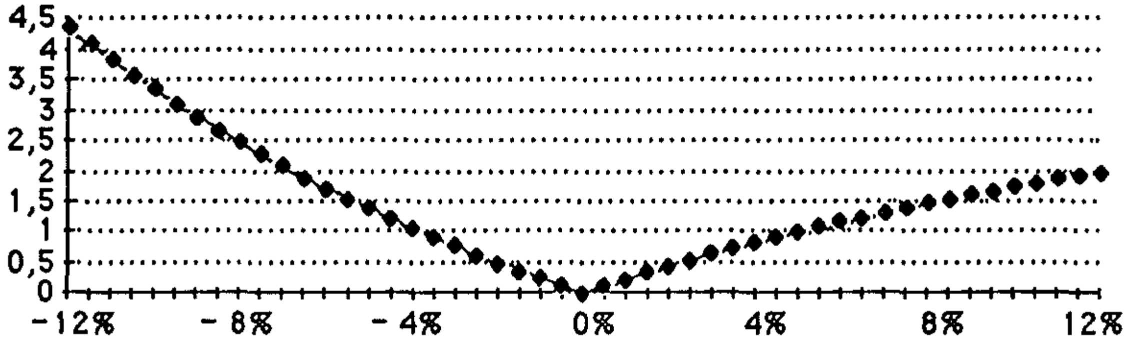

Fig.17 La convexidad a través del uso de los *factores de convexidad*

Los factores de convexidad proporcionan un sistema normalizado de valoración de la convexidad de un bono, lo que permite la comparación entre diversas emisiones. Una combinación entre la duración modificada y su factor de convexidad proporciona un mejor estimador de la relación precio/rendimiento del título que si sólo se utiliza la primera (fig.18).

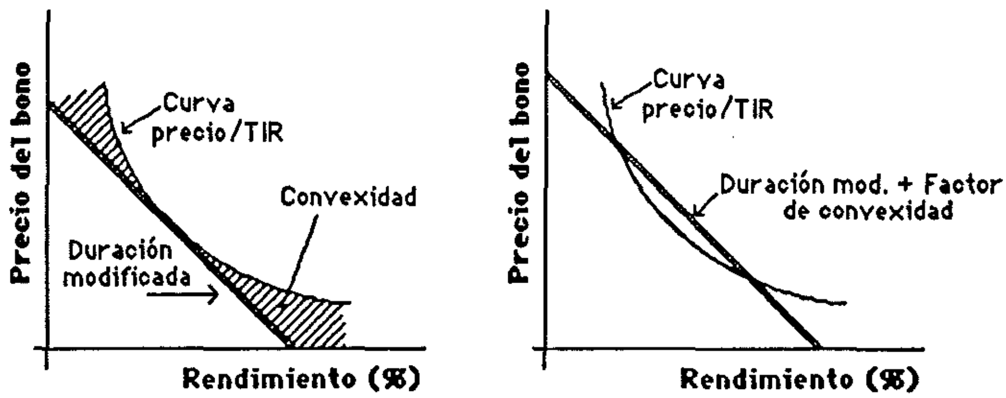

Fig.18 Comparación entre la estimación de la relación precio/TIR de la duración modificada, y de ésta corregida por el factor de convexidad

14. Factores que influyen en la convexidad

La duración. La convexidad está relacionada positivamente con la duración del bono subyacente, es decir, las emisiones con una duración mayor tienen también mayor convexidad que aquéllas cuya duración sea más pequeña. En realidad, la convexidad es una función creciente de la duración, puesto que la relación entre ambas no es lineal, lo que explica que un bono que tenga el doble de duración que otro tenga más del doble de convexidad.

Los flujos de caja. La convexidad está relacionada positivamente con el grado de dispersión de los flujos de tesorería de un bono. Es decir, si comparamos dos bonos de la misma duración, aquél que tenga la mayor distribución de los flujos de caja tendrá una mayor convexidad. Esto se debe al hecho de que los flujos de caja a largo plazo soportan progresivamente una mayor cantidad de convexidad.

La volatilidad de la TIR. La convexidad está relacionada directamente con la volatilidad del mercado. Una gran volatilidad de los tipos de interés del mercado crean unos mayores efectos de convexidad, puesto que aumenta la probabilidad de una mayor variación en el rendimiento del mercado. Esto último hace que el efecto de la volatilidad de la TIR sea mayor sobre los bonos de larga duración.

El sentido de la variación de la TIR. La convexidad está más influida por los descensos del rendimiento que por los ascensos del mismo como puede verse en las figuras 16 y 17.

15. La duración efectiva

En los epígrafes anteriores hemos analizado la *duración* de Macaulay, la *duración modificada* y la *convexidad* de los bonos y obligaciones que no tienen la característica de ser amortizados anticipadamente a gusto del emisor, o del propio comprador. A partir de ahora vamos a tratar con tales emisiones cuya duración recibe el nombre de *duración efectiva*.

Como sabemos, la duración indica el vencimiento medio ponderado de los flujos de tesorería de un bono, pues bien, si éste puede ser amortizado anticipadamente su *duración efectiva* será menor que la duración de un bono sin dicha característica. En realidad, dicha duración efectiva es la media ponderada de la duración modificada de la parte correspondiente al bono sin la posibilidad de ser amortizado[5], y de la duración modificada de la opción de amortización.

Como en los casos vistos a lo largo de este trabajo, la duración efectiva es también una medida de la volatilidad del precio del título con respecto a la variación del rendimiento. Gráficamente, sería la pendiente de la tangente a la curva precio/rendimiento del bono amortizable en el punto formado por los actuales precio y rendimiento del mercado.

En los dos epígrafes posteriores vamos a analizar la duración efectiva de los bonos con la opción de amortización anticipada y de los que tienen la opción de venta por parte del inversor.

16. La duración efectiva de los bonos que pueden ser amortizados anticipadamente por parte del emisor

En este tipo de bonos u obligaciones el emisor tiene el derecho a recomprar dichos títulos a un precio predeterminado en una fecha prefijada. Esta característica hace que en un mercado alcista el alza de precios de este tipo de bonos sea inferior al de los bonos semejantes sin dicha opción de compra, claro que si el mercado es bajista, la caída del precio también será inferior a la de los bonos sin la opción. Es decir, la oscilación de precios será menor si los bonos van acompañados por una opción de compra que si van solos.

Si tenemos dos emisiones de bonos iguales que tengan la misma madurez, una con opción de compra y la otra sin ella, el precio de la primera será inferior al de la segunda, pues en éste último caso el inversor tiene la posibilidad de mantenerla hasta el fin de su vida evitando el riesgo de una amortización temprana, es decir, el riesgo de reinversión a un tipo de interés menor que el establecido. Por otra parte, el rendimiento será mayor en el primer caso precisamente debido a la existencia del riesgo antedicho.

Existen tres formas de calcular la duración de un bono que tenga una claúsula de amortización anticipada:

a) Utilizando la duración hasta la fecha de ejercicio de la opción o la duración hasta el vencimiento del bono.

---

[5] La duración efectiva de un bono sin posibilidad de ser amortizado anticipadamente, coincide con su duración modificada

b) Calculando la media ponderada de las dos duraciones anteriores.
c) Calculando una *duración efectiva* ajustada a la opción de compra a través de un modelo de valoración de opciones.

Ejemplo: Supongamos que una empresa emite un empréstito compuesto por obligaciones de 10.000 pesetas que promete pagar un 14% anual, por anualidades vencidas, y que va a tener una vida de cinco años. La emisión lleva aparejada la posibilidad de ser amortizada anticipadamente a partir del final del segundo año, por un precio de reembolso de 10.200 pts. El tipo de interés anual está situado en el 11% y el precio de mercado es de 10.676 pts.

16.1 Duración hasta la opción (Do) y Duración hasta el vencimiento (Dv)

La duración hasta la fecha de ejercicio de la opción (Do) y la duración hasta la fecha de vencimiento del bono (Dv) se calculan de la siguiente forma:

$$\boxed{Do = \frac{1}{P_0} \times \sum_{t=1}^{e} \frac{t \times Q_t}{(1+TIR_e)^t}} \quad \text{[Ec.16]} \qquad \boxed{Dv = \frac{1}{P_0} \times \sum_{t=1}^{n} \frac{t \times Q_t}{(1+TIR)^t}} \quad \text{[Ec.17]}$$

donde $\mathbf{P_0}$ indica el precio de mercado, **e** indica la fecha de ejercicio, **n** la fecha de vencimiento o de maduración del bono y **t** el período en el que se encuentran los diversos flujos de tesorería y que puede ser medido en años, semestres, meses, etc., según convenga. Para calcular los valores actuales ponderados deberemos utilizar los rendimientos esperados para cada caso (TIRe y TIR), para ello utilizaremos el precio de mercado del bono y los flujos de caja según que se produzca la opción de amortización, o que no. Las *duraciones modificadas* se calcularán según:

$$\boxed{Do^* = \frac{Do}{(1+TIR_e)}} \quad \text{[Ec.18]} \qquad \boxed{Dv^* = \frac{Dv}{(1+TIR)}} \quad \text{[Ec.19]}$$

donde **TIRe** indica el rendimiento hasta la fecha de ejercicio de la opción (este rendimiento deberá estar expresado en los mismos términos que el período base: anual, semestral, etc.).

Ambas duraciones difieren en dos importantes aspectos. Por un lado, los flujos de tesorería de la **Do** se truncan en la fecha de ejercicio, por lo que **Do** < **Dv**. Por otra parte, por lo general, el precio de ejercicio de la opción suele exceder del valor nominal.

Si calculamos ambos tipos de duraciones para el ejemplo mostrado más arriba (**Do**, se calcula utilizando la primera fecha de ejercicio, si es que hay varias), obtendremos que la duración hasta la fecha de ejercicio es de 1,88 años, mientras que la duración hasta el vencimiento es de 3,95 años:

$$Do = \frac{20.091}{10.676} = 1{,}88 \text{ años} \qquad Dv = \frac{42.172}{10.676} = 3{,}95 \text{ años}$$

Primeramente, se han obtenido las tasas de rendimiento de ambos casos, es decir, sabiendo que el precio de mercado es de 10.676 pesetas y que los flujos de tesorería son, respectivamente, de 1.400 pts., y de 11.600 pts., para el primero y segundo año si la opción de la amortización anticipada se realiza al final de éste último, la tasa de rendimiento anual será del 11% (TIRe). Este valor será el que se aplique para calcular el valor actual ponderado de los flujos: 20.091 pts. Por otro lado, si la opción no se aplica, la TIR hasta el vencimiento será del 12,12%, lo que dará un valor del valor actual ponderado de los flujos de 42.172 pts.

En cuanto a las duraciones modificadas obtendremos:

$$Do^* = \frac{1{,}88}{1{,}11} = 1{,}69 \qquad Dv^* = \frac{3{,}95}{1{,}1212} = 3{,}52$$

La duración, modificada o no, hasta la fecha de ejercicio de la opción será la que se utilice si el precio de mercado del bono supera el denominado *precio de cruce* (precio para el que TIRe = TIR), que es igual a 10.298 pts. (el rendimiento es del 13,15%). Si esto no ocurriese utilizaríamos la duración hasta el vencimiento. En este caso como el precio de mercado supera el precio de cruce (lo que quiere decir que es muy probable que se realice la amortización anticipada) utilizaríamos como *duración* Do = 1,88 o como *duración modificada* Do* = 1,69.

16.2 La duración media ponderada

Según este método de obtención de la duración de una emisión con posibilidad de ser amortizada antes del vencimiento, se calculará una media ponderada de las duraciones hasta la fecha de ejercicio (**Do**) y hasta el vencimiento de la emisión (**Dv**). Para lo cual se asignarán unas probabilidades a cada una de ellas (**Po** y **Pv**), con lo que la *duración media ponderada* (**Dm**) será:

$$Dm = [Do \times Po] + [Dv \times Pv] \qquad [Ec.20]$$

Si aplicamos esta ecuación a nuestro ejemplo suponiendo unas probabilidades de Po = 70% y Pv = 30%, obtendremos que la duración media es Dm = 2,5 años y que la duración media efectiva se sitúa en Dm* = 2,24.

Es necesario tener en cuenta que la duración media ponderada está comprendida entre dos límites máximo y mínimo, que son la Dv y la Do. La duración "verdadera" de un bono con opción de compra no puede ser conocida con certeza puesto que la corriente de flujos de tesorería esperados puede acortarse más o menos según que se ejerza o no la opción de amortización anticipada. Esta opción tendrá más visos de ser ejercida conforme los tipos de interés tiendan a descender puesto que ello posibilitará al emisor la refinanciación de su deuda a tipos inferiores a los actuales. De aquí que sea importante analizar la volatilidad esperada de los tipos de interés puesto que ella nos servirá para la asignación de las probabilidades buscadas.

16.3 El concepto de duración efectiva

La *duración efectiva* es una versión sofisticada de la duración media ponderada, que intenta cuantificar la sensibilidad del precio de un bono que lleva aparejada la posibilidad de ser amortizado antes de lo previsto. La sensibilidad del precio de un bono de este tipo se valora separando al mismo entre sus dos componentes principales: el bono normal y la opción de compra anticipada. La sensibilidad del precio del bono normal ya ha sido analizada en los epígrafes anteriores, mientras que la sensibilidad del precio de la opción es analizada a través de un modelo de valoración de opciones.

En todo caso, la sensibilidad del precio de un bono con opción de compra es inferior a la de un bono semejante sin dicha opción. La duración efectiva viene a ser la pendiente del bono amortizable en el punto de la curva precio/rendimiento correspondiente a su precio actual de mercado. Esta curva tiende a ser más plana que la curva que tendría un bono sin la posibilidad de ser amortizado anticipadamente, debido a la menor sensibilidad del precio del bono amortizable.

El precio de un bono amortizable se calcula restándole al precio del bono normal equivalente el valor de la opción de compra anexa al mismo. Esto es así porque se supone que el propietario del bono ha vendido la opción de compra al emisor, por lo que su flujo de tesorería real es el precio del bono normal menos el valor de la opción.

Precio del bono amortizable = Precio del bono normal - Valor neto de la opción de compra

En la tabla 13 se muestra el efecto que un ascenso o descenso de los tipos de interés tiene sobre el precio del bono normal y de la opción de compra.

Rendimiento	Precio del Bono	Precio de la Opción
↗	↘	↘ Refinanciar la deuda es más caro
↘	↗	↗ Refinanciar la deuda es más barato

Tabla 13. La variación del precio del bono normal y de la opción con arreglo a alteraciones en el rendimiento

La duración efectiva se basa en el comportamiento del precio de un bono amortizable. Y éste es estimado a través del cálculo de los precios del bono normal y de la opción de compra, en un amplio rango de tipos de interés que se pueden dar en el futuro. Téngase en cuenta que tanto la dirección de los tipos de interés como su volatilidad esperada afectan a la probabilidad de una amortización anticipada y, por lo tanto, a la duración efectiva.

De hecho cuanto mayor sea la volatilidad en los tipos de interés, mayor será la probabilidad de un reembolso anticipado y menor su duración efectiva. Al contrario, si la volatilidad tiende a ser pequeña, la probabilidad de ejercer la opción será menor y la duración efectiva más grande. En todo caso, los modelos matemáticos empleados en su cálculo parten del supuesto de que los tipos de interés siguen un "recorrido aleatorio", lo que implícitamente supone que las alzas o bajas en los mismos tienen idéntica probabilidad de ocurrencia.

Aunque no se pretende en este trabajo centrarnos en los modelos matemáticos de valoración de opciones de compra de bonos, comentaremos que dicho problema consiste en que dados el tiempo que falta hasta su vencimiento (t), el tipo libre de riesgo (R_f), el precio de ejercicio de la opción (X) -precio de reembolso del título- y la varianza de la tasa de rendimiento instantánea (σ^2), habrá que determinar la relación existente entre el coste de la opción de compra (C) y el precio de mercado del bono sobre el que recae (P_0). A través del modelo de Black y Scholes se puede determinar qué opciones se encuentran infravaloradas y cuáles sobrevaloradas mediante la simple introducción, en la fórmula, del precio actual del bono. La conocida fórmula de valoración de opciones de tipo europeo desarrollada por ambos especialistas es:

$$C = P_0 \times N(d_1) - X \times e^{-R_f \cdot t} \times N(d_2) \qquad [Ec.21]$$

Donde $N(d_i)$ es la función de distribución de la variable aleatoria normal de media nula y desviación típica unitaria (probabilidad de que dicha variable sea mayor o igual a d_i).

$$d_1 = \frac{\ln(P_0/X) + (R_f + \frac{1}{2}\sigma^2) \times t}{\sigma \times \sqrt{t}} \qquad [Ec.22]$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{t} \qquad [Ec.23]$$

17. La duración efectiva de los bonos que pueden ser amortizados anticipadamente por parte del inversor

Una opción de venta del bono concede el derecho a su propietario, el inversor, a revender el mismo a la institución emisora, en una fecha y precio predeterminados. Por lo general, el precio de ejercicio de este derecho suele ser el valor nominal del título.

Este tipo de bono suele ser interesante para el inversor desde el momento en que es él el que tiene la posibilidad de revendérselo al emisor. De tal manera que si el mercado es alcista, el precio del bono sube y el rendimiento baja, lo más probable es que dicha opción no sea ejercida y el bono llegue hasta su fecha de vencimiento. Por el contrario, si el mercado es bajista, esto es, el precio del bono desciende y el rendimiento aumenta, es muy probable que la opción sea ejercida. Piense en que si el precio de ejercicio es de 10.000 pesetas y el precio de mercado en la fecha de ejercicio es de 9.500 pesetas, se obtendrá un beneficio de 500 pts., y además se podrá invertir en un nuevo bono que tenga un rendimiento más alto. Todo ello hace que los descensos del precio provoquen pérdidas limitadas, mientras que los ascensos pueden proporcionar grandes beneficios.

La duración efectiva de un bono de esta clase intenta cuantificar la sensibilidad de su precio con respecto al tipo de interés, midiendo la pendiente de la curva precio/rendimiento en el punto correspondiente al precio de mercado actual. Ello requiere el uso de un modelo de valoración de opciones en orden a poder proyectar el valor del bono con respecto a múltiples tipos de interés.

Como en el caso del bono con opción de compra, la duración del título de renta fija que lleva incorporada una opción de venta puede ser medida de tres formas distintas:

a) Utilizando la duración hasta la fecha de ejercicio de la opción o la duración hasta el vencimiento del bono.
b) Calculando la media ponderada de las dos duraciones anteriores.
c) Calculando una *duración efectiva* ajustada a la opción de compra a través de un modelo de valoración de opciones.

Ejemplo: Supongamos que una empresa emite un empréstito compuesto por obligaciones de 10.000 pesetas que promete pagar un 13% anual, por anualidades vencidas, y que va a tener una vida de cinco años. La emisión lleva aparejada la posibilidad de ser reembolsada anticipadamente por expreso deseo del inversor a partir del final del segundo año, por un precio de reembolso idéntico a su valor nominal. El tipo de interés anual está situado en el 12% y el precio de mercado es de 10.360 pts.

17.1 Duración hasta la opción (Do) y Duración hasta el vencimiento (Dv)

Al igual que een el caso anterior de los bonos con opción de compra, la duración hasta la fecha de ejercicio de la opción (Do) y la duración hasta la fecha de vencimiento del bono (Dv) se calculan de la siguiente forma:

$$\boxed{Do = \frac{1}{P_0} \times \sum_{t=1}^{e} \frac{t \times Q_t}{(1+TIR_e)^t}} \quad [Ec.24] \qquad \boxed{Dv = \frac{1}{P_0} \times \sum_{t=1}^{n} \frac{t \times Q_t}{(1+TIR)^t}} \quad [Ec.25]$$

donde $\mathbf{P_0}$ indica el precio de mercado, **e** indica la fecha de ejercicio, **n** la fecha de vencimiento o de maduración del bono y **t** el período en el que se encuentran los diversos flujos de tésorería y que puede ser medido en años, semestres, meses, etc., según convenga. Para calcular los valores actuales ponderados deberemos utilizar los rendimientos esperados para cada caso (TIRe y TIR), para ello utilizaremos el precio de mercado del bono y los flujos de caja según que se produzca la opción de amortización, o que no. Las *duraciones modificadas* se calcularán, obviamente, según:

$$\boxed{Do^* = \frac{Do}{(1+TIR_e)}} \quad [Ec.26] \qquad \boxed{Dv^* = \frac{Dv}{(1+TIR)}} \quad [Ec.27]$$

donde **TIRe** indica el rendimiento hasta la fecha de ejercicio de la opción (este rendimiento deberá estar expresado en los mismos términos que el período base: anual, semestral, etc.).

Como es lógico **Do** < **Dv** debido a la posibilidad de truncamiento de la corriente de flujos de tesorería futuros, que puede realizar el propietario del bono.

Si nos referimos al ejemplo mostrado unos párrafos más arriba, veremos que las duraciones son iguales a:

$$Do = \frac{19.548}{10.360} = 1{,}89 \text{ años} \qquad Dv = \frac{41.374}{10.360} = 3{,}99 \text{ años}$$

Primeramente, se han obtenido las tasas de rendimiento de ambos casos, es decir, sabiendo que el precio de mercado es de 10.360 pesetas y que los flujos de tesorería son, respectivamente, de 1.300 pts., y de 10.300 pts., para el primero y segundo año si la opción de venta se realiza al final de éste último, la tasa de rendimiento anual será del 10,9% (TIRe). Este valor será el que se aplique para calcular el valor actual ponderado de los flujos: 19.548 pts. Por otro lado, si la opción no se aplica, la TIR hasta el vencimiento será del 12%, lo que dará un valor del valor actual ponderado de los flujos de 41.374 pts.

En cuanto a las duraciones modificadas obtendremos:

$$Do^* = \frac{1,89}{1,109} = 1,70 \qquad Dv^* = \frac{3,99}{1,12} = 3,56$$

La duración, modificada o no, hasta la fecha de ejercicio de la opción de venta será la que se utilice si el precio de mercado del bono es inferior al denominado *precio de cruce* (precio para el que TIRe = TIR), que es igual a 10.000 pts. (el rendimiento es del 13%), puesto que ello querrá decir que el mercado paga unos tipos de interés mayores a los del emisor, luego el propietario del bono estará tentado a vender su título y adquirir otro semejante que pague cupones más altos. Si esto no ocurriese utilizaríamos la duración hasta el vencimiento. En este caso como el precio de mercado supera al precio de cruce (lo que quiere decir que es muy probable que no se realice la venta anticipada debido a que los tipos de interés imperantes en el mercado -12%- son inferiores a los que proporciona la empresa emisora -13%) utilizaríamos como *duración* Dv = 3,99 o como *duración modificada* Dv* = 3,56.

17.2 La duración media ponderada

Según este método de obtención de la duración de una emisión con posibilidad de ser revendida al emisor antes del vencimiento, se calculará una media ponderada de las duraciones hasta la fecha de ejercicio (**Do**) y hasta el vencimiento de la emisión (**Dv**). Para lo cual se asignarán unas probabilidades a cada una de ellas (**Po** y **Pv**), con lo que la *duración media ponderada* (**Dm**) será:

$$Dm = [Do \times Po] + [Dv \times Pv] \qquad [Ec.28]$$

Si aplicamos esta ecuación a nuestro ejemplo suponiendo unas probabilidades de Po = 20% y Pv = 80%, obtendremos que la duración media es Dm = 3,57 años y que la duración media efectiva se sitúa en Dm* = 3,19.

Es necesario tener en cuenta que la duración media ponderada está comprendida entre dos límites máximo y mínimo, que son la Dv y la Do. La duración "verdadera" de un bono con opción de venta no puede ser conocida con certeza puesto que la corriente de flujos de tesorería esperados puede acortarse más o menos según que se ejerza o no la opción de venta anticipada. Esta opción tendrá más visos de ser ejercida conforme los tipos de interés tiendan a ascender puesto que ello posibilitará al inversor la recolocación de su capital a tipos de interés superiores a los que actualmente está cobrando. De aquí que sea importante analizar la volatilidad esperada de los tipos de interés puesto que ella nos servirá para la asignación de las probabilidades buscadas.

17.3 El cálculo de la duración efectiva

La *duración efectiva* intenta cuantificar la sensibilidad del precio de un bono que lleva aparejada la posibilidad de ser revendido al emisor antes de lo previsto. Es la pendiente del bono revendible en el punto de la curva precio/rendimiento correspondiente a su precio actual de mercado. Un bono con opción de venta anticipada es una combinación de un bono normal y una posición larga en una opción de venta, cuyo precio puede ser calculado como la suma de los precios de sus dos componentes:

Precio del bono vendible = Precio del bono normal + Valor neto de la opción de venta

Este tipo de bono cuesta más que un bono normal con un vencimiento similar, debido a que el propietario del mismo tiene el derecho a revendérselo al emisor, por lo general a su valor nominal, en el momento del tiempo que lo desee. Por lo tanto, el rendimiento del bono vendible será inferior al del bono normal similar.

Rendimiento	Precio del Bono	Precio de la Opción	
↗	↘	↗	Al inversor le interesará revender
↘	↗	↘	Al inversor no le interesará revender

Tabla 14. La variación del precio del bono normal y de la opción con arreglo a alteraciones en el rendimiento

En la tabla 14 se muestra el efecto que un ascenso o descenso de los tipos de interés tiene sobre el precio del bono normal y de la opción de venta. El descenso del precio de venta del bono, debido a que en el mercado rige un mayor tipo de interés, está fuertemente amortiguado en un mercado bajista puesto que el inversor podrá deshacerse del mismo a su valor nominal sin más que ejercer la opción de venta. Por el contrario, en un mercado alcista el ascenso del precio es algo mayor que en el caso de un bono normal debido al valor de la opción de venta que, aunque será pequeño, existirá.

Nuevamente deberemos aplicar algún modelo de valoración de opciones como el ya comentado de Black y Scholes cuya ecuación fundamental para la valoración de opciones de venta sería:

$$P = -P_0 \times N(-d_1) + X \times e^{-R_f \cdot t} \times N(-d_2) \qquad \text{[Ec.29]}$$

donde **t** es el tiempo que falta hasta su vencimiento, R_f el tipo libre de riesgo, X el precio de ejercicio de la opción -generalmente coincidirá con el valor nominal del bono- y σ^2 la varianza de la tasa de rendimiento instantánea. Todo ello para determinar la relación existente entre el coste de la opción de venta (P) y el precio de mercado del bono sobre el que recae (P_0). Los valores de $N(-d_1)$ y $N(-d_2)$ se calcularían según las ecuaciones 22 y 23.

18. Ventajas y limitaciones de la duración efectiva

18.1 Ventajas

1. La duración efectiva es la mejor medida de la sensibilidad del precio de los bonos que incorporan una opción de compra o de venta. Es preferible a la duración modificada porque ésta última asume una relación precio/rendimiento de los bonos con opción de tipo rectilíneo, mientras que dicha relación es curvilínea.

2. La duración efectiva pretende proporcionar una medida objetiva del riesgo de un bono, porque mejora una selección discreta de duraciones modificadas sobre el precio de mercado del bono en relación al precio de cruce del mismo, debido a que cuantifica la sensibilidad media del precio del bono amortizable o vendible para alzas y bajas del mercado.

3. La duración efectiva permite realizar comparaciones entre diversos tipos de bonos con y sin opción, o entre bonos amortizables y bonos vendibles.

18.2 Limitaciones

1. La duración efectiva se basa en una serie de supuestos matemáticos (rendimiento del mercado, volatilidad del mismo, etc.) que si son mal aplicados darán lugar a valoraciones erróneas.

2. La duración efectiva puede cambiar bruscamente cuando varíen las condiciones del mercado (altos rendimientos se convierten rápidamente en bajos, o una baja volatilidad pasa a ser grande en poco tiempo, etc.) y con el transcurso del tiempo. Es importante conocer la sensibilidad del precio del bono respecto de estos factores.

3. La variabilidad en el precio de los bonos es afectada por diversas variables que actúan en el mercado y que la duración efectiva no contempla como, por ejemplo: la demanda excesiva por algún tipo de bono determinado; o por un aumento de rendimiento, sin importar la opción de compra; la preferencia del mercado por los bonos emitidos al descuento; el lanzamiento de nuevas emisiones; las expectativas del mercado sobre el comportamiento futuro de los tipos de interés (recuérdese que la duración efectiva se basa en que los tipos de interés siguen un "recorrido aleatorio"); etc.

4. No hay un acuerdo general sobre el modelo apropiado para calcular la duración efectiva. El problema radica en el cálculo del valor de la opción ya que el del bono normal no es parece difícil. Entre las dificultades señalaremos: los modelos de valoración de opciones se refieren a acciones así que al aplicarlos a los bonos deberemos someterlos a ajustes; la incorporación que dichos modelos hacen de la tendencia de los tipos de interés a través de un promedio de éstos, no parece ser muy fiable; es difícil que estos modelos se puedan aplicar a bonos que incorporen no uno sino varios y diferentes tipos de opciones del tipo de *warrants*, amortización parcial o total; por último, el problema de la valoración de la volatilidad de los bonos por parte de estos modelos, puesto que diferentes sectores y vencimientos tienen diferentes volatilidades.

III. GESTION ACTIVA Y PASIVA

Los métodos utilizados para gestionar una cartera de renta fija pueden ser clasificados en pasivos y activos. Los primeros son los que se utilizan cuando se supone que el mercado es eficiente en su forma intermedia, es decir, cuando los precios de los títulos reflejan toda la información hecha pública; esto implica que los inversores que están de acuerdo con esta suposición consideran una pérdida de tiempo y de dinero la predicción de los tipos de interés futuros.

Concretando, los gestores de tipo pasivo creen que los intentos de seleccionar los títulos (averiguar cuáles están infravalorados, o sobrevalorados, en el mercado) y los plazos del mercado (comprar bonos a largo plazo cuando se espera una caída de los tipos de interés o adquirirlos a corto cuando se espera un ascenso de los mismos) serán totalmente inútiles de cara a la obtención de un rendimiento que supere al promedio de las carteras de renta fija. Consecuentemente, estos inversores seleccionarán un grupo bien diversificado de títulos que cumplan con las especificaciones de riesgo que ellos (o sus clientes, si trabajan por cuenta ajena) desean, lo que les hará mantenerlos en su poder durante un tiempo bastante grande de cara a minimizar sus costes de transacción.

Por el contrario, los métodos activos se utilizan cuando los inversores suponen que el mercado no es tan eficiente, por lo que el inversor puede identificar los bonos infravalorados, o su plazo ideal de cara a los tipos de interés esperados, con objeto de obtener un rendimiento superior a la media. Debido a que dicha infravaloración no se va mantener durante mucho tiempo, este tipo de inversores tienden a ser unos negociantes muy activos, comprando y vendiendo frecuentemente en un intento de conseguir rendimientos anormales y de esta manera "batir al mercado".

Los estudios realizados en el mercado americano de bonos (el más desarrollado del mundo) han dado como resultado una eficiencia que se aproxima mucho a la denominada "intermedia", pero se detectan algunos inversores que en ciertos momentos pueden calcular con gran exactitud los tipos de interés futuros. Por ello, siguen coexistiendo los tipos de inversores pasivos y activos.

Seguidamente analizaremos tres estrategias pasivas: la *correspondencia* entre los flujos de tesorería, la *inmunización* y la *indexación*. Por lo general, este tipo de estrategia se utiliza en los planes de pensiones a largo plazo para hacer corresponder sus flujos de tesorería con la corriente de pagos a la que deberán hacer frente a largo plazo, así mismo, también los utilizan los inversores que están insatisfechos con el rendimiento obtenido por los gerentes de sus carteras activas.

Las estrategias activas principales son de dos tipos: la gestión de bonos destinada a controlar el riesgo, y la gestión destinada a alterarlo. La primera neutraliza el riesgo sistemático de una cartera de títulos de renta fija, mientras que la segunda busca alterarlo de tal manera que permita capitalizar una variación favorable de los tipos de interés futuros.

19. La correspondencia entre los flujos de tesorería

Esta estrategia, también denominada *dedicación*, parte de la creación y mantenimiento de una cartera de bonos que tiene una estructura de flujos de tesorería que prácticamente se corresponde con la estructura de los flujos de caja de una corriente futura de pagos. En este tipo de estrategia, los bonos cupón cero juegan un papel muy importante.

Ejemplo: Una empresa que debe pagar dentro de cinco años cien millones de pesetas, podría invertir en bonos cupón cero, que tuviesen el mismo vencimiento, la cantidad actual equivalente para que dentro de un lustro obtuviese los cien millones de pesetas. Obsérvese que la duración media de ambas operaciones es la misma, lo cual está en consonancia con esta estrategia.

Debido a que los vencimientos de los flujos de tesorería de la cartera de bonos se corresponden con los vencimientos de los pagos a realizar, la duración y la convexidad de aquélla serán idénticas a las de éstos últimos. Una correspondencia entre los flujos de tesorería implica la correspondencia entre duraciones y convexidades.

19.1 Ventajas y limitaciones

En cuanto a las ventajas podemos destacar:

a) El concepto de correspondencia entre los flujos de tesorería es fácil de entender.

b) Esta estrategia elimina el riesgo sistemático (riesgo de interés) y el riesgo de reinversión.
c) El mantenimiento de una cartera de este tipo es mínimo (no hay que hacer reinversiones y reequilibrados de la misma).

Por otro lado, existen una serie de limitaciones;

a) Una correspondencia entre los flujos perfecta puede resultar muy costosa de realizar e, incluso, imposible.
b) Si la corriente de pagos es a muy largo plazo puede que no existan bonos cupón cero con un vencimiento, o duración, tan grandes lo que imposibilitaría la realización de la estrategia.
c) La corriente de pagos puede estar sujeta a cambios, lo que echaría por tierra la correspondencia inicialmente establecida al tener que entrar en un nuevo escenario que obligaría al total replanteamiento de la estrategia.
d) Si no se realiza una perfecta correspondencia entre los flujos, la cartera estará sometida a tanto al riesgo sistemático como al de reinversión.
e) Este tipo de estrategia está sometida a los riesgos de crédito y de recompra anticipada si los bonos de alto rendimiento se utilizan para reducir el coste de la misma.

20. La inmunización

La *inmunización* es una técnica de gestión pasiva de carteras de renta fija, desarrollada a partir del concepto de *duración*, que permite a un inversor estar relativamente seguro de poder hacer frente a una determinada corriente pagos en el futuro. De esta manera, una vez que la cartera ha sido formada, será inmunizada de cualquier variación de los tipos de interés que pudiera resultarle perjudicial. Para ello se requiere que la duración de la cartera se corresponda con la duración media de los pagos futuros; cambios paralelos en el rendimiento y reequilibrados periódicos de la cartera permiten una correspondencia entre la duración de los activos y la de los pagos lo que inmuniza a dicha cartera de variaciones futuras de los tipos de interés.

20.1 El caso de un único pago en el futuro

Supongamos que dentro de cinco años usted debe de realizar un único pago de un millón de pesetas, que el tipo de interés en la actualidad es del 12% y que la estructura temporal del mismo es plana. Con estos datos usted sabe que el valor actual de esa cantidad de dinero es de 567.427 pesetas, es decir:

$$567.427 = \frac{1,000.000}{(1+0,12)^5}$$

Así que usted deberá invertir esas 567.427 pesetas durante cinco años para al final poder hacer frente al pago del millón de pesetas. A usted se le podría ocurrir invertirlas, por ejemplo, en una obligación del Tesoro a cinco años y que pagase un 12% de interés anual. Si dicho tipo de interés se mantuviese constante durante los próximos cinco años usted al final de dicho período obtendría el millón de pesetas. Pero si el tipo de interés descendiese en algún momento de la vida de la obligación, usted no podría reinvertir los intereses de la misma al 12% sino a un tipo inferior con lo que al final no obtendría la cantidad de dinero deseada. Así que usted deberá inmunizar su inversión.

La inmunización se realiza calculando la *duración* de los pagos a realizar, es decir, cinco años exactos puesto que se trata de un único pago de un millón de pesetas, e invirtiendo las 567.427 pesetas en una cartera de bonos que tenga la misma duración. La duración de una cartera de bonos es, prácticamente, igual a la media ponderada de las duraciones de las diversas emisiones que conforman la cartera[6].

La cartera de bonos va a estar formada, por ejemplo, por dos tipos de emisiones que para mayor sencillez supondremos pagan sus cupones anualmente: a) bonos del Tesoro a tres años, al 12% de interés, cuya duración es de 2,69 años, b) obligaciones del Tesoro ya emitidas a las que les quedan 10 años de vida y que pagan un 10% de interés, cuyo precio actual es de 8.870 pts./título y cuya duración es de 6,55 años.

Para calcular la parte de su inversión de 567.427 pesetas que deberá invertir en cada una de las dos opciones anteriores con objeto de inmunizar su pago de un millón de pesetas dentro de

[6] Como ya se dijo en la parte II, la duración de una cartera no es exactamente la media ponderada de las duraciones de los bonos que la componen, pero el error es muy pequeño y se gana en rapidez de cálculo si se hace así.

cinco años, deberá resolver el siguiente sistema de ecuaciones que expresa como la duración de sus pagos deberá ser igual a la media ponderada de las duraciones de sus inversiones:

$$2{,}69\ X_3 + 6{,}55\ X_{10} = 5$$

$$X_3 + X_{10} = 1$$

donde X_3 indica la parte de la inversión que deberá realizarse en bonos del Tesoro a tres años, mientras que X_{10} muestra la parte a invertir en obligaciones del Tesoro a diez años. Si resolvemos la ecuación obtendremos que X_3 es igual a 0,4 y que X_{10} es igual a 0,6. Así pues, en bonos del Tesoro deberemos invertir 226.971 pesetas, mientras que en obligaciones colocaremos 340.456 pts.

Para demostrar cómo se inmuniza la inversión global de tal manera que obtengamos un millón de pesetas vamos a imaginarnos el siguiente escenario:

a) Los intereses recibidos por los bonos u obligaciones se reinvertirán anualmente al tipo de interés que rija en el mercado en cada año hasta el momento en que tengamos que realizar el pago del millón de pesetas.

b) El principal de los bonos del Tesoro, que nos será reembolsado al final del tercer año, también será reinvertido anualmente al tipo de interés que rija en el mercado hasta el final del quinto año.

c) Para mayor comodidad, supondremos que el tipo de interés del quinto año se mantiene constante hasta el final del décimo. Por lo tanto, el precio intrínseco de las obligaciones del Tesoro en el momento del pago del millón de pesetas, se calculará actualizando los flujos de los cinco años que van desde el quinto hasta el décimo a la tasa de interés que rija en el quinto año.

d) La estructura temporal de los tipos de interés será la mostrada en la tabla 15.

Años	0	1	2	3	4	5	6...10
Tipos de interés	12%	11,5%	11,0%	10,75%	10,5%	10,5%	10,5%

Tabla 15

Comencemos analizando la inversión en bonos del Tesoro. En la tabla 16 se muestra la reinversión de los intereses y del principal de los 226.971 pesetas (recuerde el tipo de interés del bono del Tesoro es del 12%) hasta el quinto año. El resultado es de 389.345 pesetas. Fíjese que si la estructura temporal de los tipos de interés se hubiese mantenido plana al 12%, el valor final en el quinto año sería de 400.000 pesetas, así que de momento usted va perdiendo más de diez mil pesetas.

Años	1	2	3	4	5
Flujos de caja	27.236	27.236	254.207		
Reinversion Flujo 1	11,5% →	30.368 57.604			
Reinversión Flujo 2		11% →	63.940 318.147		
Reinversión Flujo 3			10,75% →	352.348	
Reinversión Flujo 4				10,5% →	$\boxed{389.345}$

Tabla 16

El caso de las obligaciones del Tesoro es bastante semejante al anterior pero con alguna diferencia. Para empezar un título de nominal de 10.000 pts., está valorado en el mercado a 8.870 pts., así que si usted debe invertir 340.456 pts., recibirá 38,38 títulos (340.456/8.870) cuyo valor nominal total es de 383.829 pesetas. Como esta emisión paga un interés del 10%, cada año usted recibirá un cupón de 38.383 pesetas. Si ahora repite el cálculo de la tabla 16 pero con este último valor al final del quinto año usted habrá obtenido en concepto de intereses un valor igual a 238.044 pesetas, tal y como se ve en la tabla 17.

Si la estructura temporal se hubiese mantenido en el 12% anual usted habría recibido al final del quinto año en concepto de intereses 243.843 pesetas. Por lo tanto, usted ha perdido 5.799 pts., que sumadas a las pérdidas anteriores dan un total de 16.454 pesetas. Pero tranquilícese y no se ponga nervioso porque ahora vamos a ver cual es el precio de mercado de las obligaciones del Tesoro. Como hemos supuesto, el tipo de interés se mantendrá constante al 10,5% hasta el vencimiento de la misma, esto da un precio de mercado en el año quinto de 376.646 pesetas (no se olvide que el quinto año usted recibe además de los intereses el reembolso del principal cuyo valor es de 383.829 pts.):

$$\frac{38.383}{1{,}105}+\frac{38.383}{1{,}105^2}+\frac{38.383}{1{,}105^3}+\frac{38.383}{1{,}105^4}+\frac{422.212}{1{,}105^5}=\boxed{376.646 \text{ pts.}}$$

Años	1	2	3	4	5
Flujos de caja	38.383	38.383	38.383	38.383	38.383
Reinversion Flujo 1	11,5%	42.797			
		81.180			
Reinversión Flujo 2		11%	90.110		
			128.493		
Reinversión Flujo 3			10,75%	142.306	
				180.689	
Reinversión Flujo 4				10,5%	199.661
					238.044

Tabla 17

Si el tipo de interés hubiese sido del 12% el valor de sus obligaciones sería de 356.157 pts., es decir, 20.489 pesetas menos que lo que valen ahora. Esto significa que usted tendrá el quinto año una cantidad de:

$$389.345 + 238.044 + 376.646 = 1{,}004.035 \text{ pts.}$$

Así que al final usted tendrá 4.035 pesetas más que las que le van a hacer falta para realizar su pago. Esto es lo que ocurre con la inmunización. Si la estructura temporal de los tipos de interés hubiese sido ascendente, usted habría ganado en la reinversión de sus intereses y habría perdido en el precio de mercado de sus obligaciones, pero en el quinto año usted tendría un millón de pesetas o incluso más.

En la tabla 18 se muestran los resultados del caso que estamos analizando si la estructura temporal de los tipos de interés fuese totalmente plana, es decir, si éste último se mantuviese constante. Hemos supuesto diversos tipos de interés desde el 9% hasta el 15% y se han calculado el valor de los intereses y principal de los bonos del Tesoro en el quinto año, el valor de los intereses y el precio teórico de las obligaciones del Tesoro en dicho momento. Como se aprecia en dicha tabla siempre se consigue una cantidad algo superior al millón que se necesita, y cuanto más se aleje el tipo de interés del 12% actual, mayor será el beneficio.

Tipo de Interés	Bono del Tesoro-3a.	Int. Oblig. Tesoro-10 a.	Precio Obligación	Total 5º año	Beneficio
9%	375.741	229.711	398.759	**1.004.211**	4.211
10%	383.718	234.332	383.829	**1.001.879**	1.879
11%	391.803	239.042	369.643	**1.000.488**	488
12%	400.000	243.841	356.159	**1.000.000**	0
13%	408.303	248.732	343.329	**1.000.364**	364
14%	416.719	253.712	331.121	**1.001.552**	1.552
15%	425.247	258.793	319.497	**1.003.537**	3.537

Tabla 18

Ahora bien, no todo va a ser alegría y sino piense lo que ocurriría si los tipos de interés se mantuviesen en el 10% desde el comienzo del segundo año hasta el final del cuarto año, ascendiendo al 13% a comienzos del quinto año y manteniéndose en esa cota desde ese momento hasta el final del décimo año tal y como muestra la tabla 19.

0	1	2	3	4	5...10
12%	10%	10%	10%	13%	13%

Tabla 19

Al final del quinto año, el bono del Tesoro le reportaría 394.183 pesetas, los intereses de la obligación serían de 239.676 y el precio de la misma sería de 343.329 pts., con lo que usted tendría únicamente 977.188 pts., es decir, una pérdida de más de veinte mil pesetas. ¿Qué ha ocurrido?. Pues que los bajos tipos de interés iniciales perjudicaban la reinversión de los intereses del bono y de la obligación, mientras que los altos tipos de interés finales perjudicaban el precio teórico de ésta última, así que usted sale perjudicado por partida doble.

En resumidas cuentas, lo comentado en el párrafo anterior ha ocurrido porque su inversión ha dejado de ser inmune a la variación de los tipos de interés. Esto ha ocurrido porque al descender los tipos de interés el valor de la duración del bono del Tesoro ha aumentado, mientras que la elevación de los tipos de interés a partir del quinto año hace que la duración de la obligación descienda, lo que implica que la duración promedio sea diferente de los cinco años como debería. Para corregir esto, en el mismo momento que los tipos de interés cambien se deberán recalcular las duraciones y las cantidades a invertir en cada una de las diversas emisiones.

Veamos como puede hacerse esto. El año uno el tipo de interés cae del 12% (tipo de interés que habíamos supuesto constante y que habíamos utilizado para nuestros cálculos) al 10% que, de momento, supondremos que se va a mantener constante, puesto que en el año 1 nada parece indicar una variación futura del tipo de interés. Según esto el bono del Tesoro que antes valía 10.000 pts., ahora vale 10.347 pts., así que si usted vendiese sus bonos obtendría en este momento 234.848 pts., (226.971 x 1,0347) que sumadas a las 27.236 pts., recibidas en concepto de intereses le haría obtener un total de 262.084 pesetas. La duración de este bono sería ahora de 1,89 años (el vencimiento se encuentra a dos años vista).

En cuanto a las obligaciones del Tesoro, en concepto de intereses usted recibiría las 38.383 pesetas. El precio teórico del año 1, sería de 10.000 pts./título, es decir, a la par lo que equivale a 383.829 pesetas. El resultado para usted sería de 422.212 pesetas. La duración de este tipo de título sería ahora de 6,33 años.

El pago del millón de pesetas tiene una duración exacta de cuatro años (no se olvide que estamos al final del primer año), luego si aplicamos la expresión: $1{,}89\ X_2 + 6{,}33\ X_9 = 4$, obtendríamos un valor del 52,5% para los bonos y del 47,5% para las obligaciones. Como su capital asciende en este momento a 684.296 pesetas usted repartiría 359.255 pts., en bonos y el resto, 325.040 pesetas en obligaciones. Con lo que usted tendría 34,72 bonos, puesto que cada bono cuesta 10.347 pts., y 32,5 obligaciones adquiridas a la par. Si las condiciones se mantuviesen así, es decir, si el tipo de interés del mercado fuese del 10% de aquí en adelante, en el quinto año usted podría pagar el millón de pesetas y aún le sobrarían unas dos mil pesetas.

Cuando comienza el quinto año los tipos de interés se disparan y se sitúan en el 13% así que usted deberá volver a reinmunizar su inversión, pues de no hacerlo así usted perdería unas quince mil pesetas. En ese momento, si usted vende su cartera obtendría un total de 871.763 pesetas. Observe que si usted necesita un millón de pesetas dentro de un año y el tipo de interés es del 13%, el valor actual (en el año cuatro) de esa cantidad es de 985.092 pts., así que usted lleva una pérdida de casi quince mil pesetas. Por ello usted necesita encontrar una nueva cartera de valores que tenga una duración promedio de un año y un rendimiento del 14,71% como mínimo si quiere usted obtener un millón de pesetas dentro de un año.

Así que si usted reinmuniza con cada alteración de los tipos de interés, puede estar seguro de que tendrá el suficiente dinero para hacer frente al pago del millón de pesetas en el quinto año. En el momento de volver a inmunizar su inversión deberá hacer todo lo posible por mantener la tasa de rendimiento interna de su cartera. Esto es, la nueva cartera deberá tener un tipo de rendimiento interno por lo menos igual al del rendimiento actual de la cartera antigua, que usted acaba de abandonar. Esto sucederá si la estructura temporal de los tipos de interés se mantiene plana, lo cual es la suposición básica de la expresión de la duración según Macaulay. Si esto no fuese así usted puede tener que deslizarse hacia abajo en la estructura temporal para buscar una cartera con un menor rendimiento interno. Si usted sufre pérdidas de rendimiento al reinmunizar su cartera se arriesga a no tener suficiente dinero en el momento en que deba realizar sus pagos (este es el caso del ejemplo que aquí hemos analizado).

20.2 Rendimiento y duración de una cartera de bonos

A diferencia de las carteras de renta variable donde el rendimiento se obtiene calculando la media ponderada del rendimiento de las acciones que las componen, en las carteras de renta fija esto no es posible hacerlo puesto que los bonos que las componen tienen diferentes fechas de vencimiento. Mientras que en las carteras de renta variable los títulos no vencen y se puede trabajar con períodos de tiempo homogéneos: un mes, un año, etc.

Supongamos que tenemos una cartera formada por los siguientes títulos de renta fija:

a) Bono del Tesoro a tres años, 12% de interés anual, cupón anual, precio de mercado: 10.000 pts., rendimiento interno: 12%, duración: 2,69 años.

b) Bono del Tesoro a cinco años, 12,5% de interés anual, cupón cero, precio de mercado: 10.000 pts., rendimiento interno: 12,5%, duración: 5 años.

Nuestra cartera va a estar formada por un 50% de bonos a tres años y un 50% de bonos a cinco años. Si calculamos la media ponderada de los rendimientos obtendremos un valor del 12,25%.

Para calcular el rendimiento de una cartera de renta fija, primeramente deberemos calcular el valor de todos los flujos de caja que dicha cartera va a proporcionar (véase la tabla 20) para seguidamente obtener la tasa de rendimiento que iguala el valor actual de los mismos con el precio de compra de todos los títulos que la componen.

	0	1	2	3	4	5
BT-3 a.	-10.000	1.200	1.200	11.200	—	—
BT-5 a.	-10.000	—	—	—	—	18.020
Cartera	-20.000	1.200	1.200	11.200	0	18.020

Tabla 20

$$20.000 = \frac{1.200}{(1+r)} + \frac{1.200}{(1+r)^2} + \frac{11.200}{(1+r)^3} + \frac{0}{(1+r)^4} + \frac{18.020}{(1+r)^5} \longrightarrow r = 12{,}325\%$$

Como se puede apreciar, el rendimiento de la cartera es del 12,325%, algo mayor que el calculado a través de la media ponderada de los rendimientos de los títulos.

Lo mismo le ocurre a la *duración* de la cartera, tampoco debería obtenerse calculando la media ponderada de la duración de cada título (haciendo esto obtendríamos un valor de 3,845 años), sino que deberemos calcularla en función de los flujos de caja de la propia cartera y aplicando la expresión matemática mostrada en la ecuación 30, con lo que obtendremos un valor de 3,853 años, algo superior a la media ponderada.

$$\boxed{D = \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{t \times Q_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{Q_t}{(1+r)^t}} = \frac{1}{P_0} \times \sum_{t=1}^{n} \frac{t \times Q_t}{(1+r)^t}} \quad \text{[Ec.30]}$$

Si en el ejemplo anterior variamos las ponderaciones, es decir, si las 20.000 pts., de nuestro presupuesto las distribuimos de diferente forma entre ambos títulos y recalculamos la TIR y la duración de la cartera obtendríamos los valores que aparecen en la gráfica de la figura 19. Los cuales están limitados por el valor de la TIR del 12% en caso de invertir todo el presupuesto en el bono de tres años y por la TIR del 12,5% si invertimos todo en el bono de cinco años.

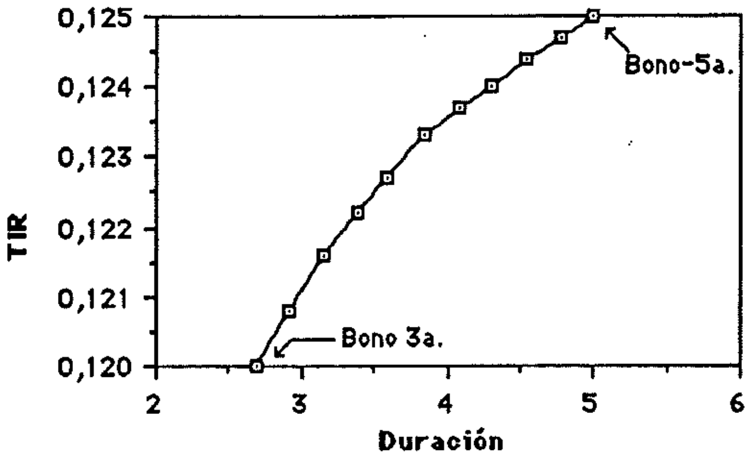

Fig.19 Duración vs. Tasa Interna de Rendimiento (TIR)

Como se observa en dicha figura 19, la relación entre el rendimiento y la duración de una cartera formada por dos títulos de renta fija, en la que uno de ellos tiene la duración y la TIR más pequeñas que el otro, tiene una forma cóncava. Si, por otra parte, uno de los dos tuviese la duración más corta y la TIR más grande la forma sería convexa. Pero si ambos tuviesen la misma duración pero distinto rendimiento, la duración de la cartera sería superior a la de ambos individualmente considerados. Sólo cuando los títulos tienen el mismo rendimiento, la duración y la TIR de la cartera puede ser realmente obtenida a través de la media ponderada de las de los títulos (véase la figura 20). En todo caso, la práctica generalidad de los inversores suele calcular la duración y la TIR de la cartera a través de la media ponderada de las duraciones y de los rendimientos de los títulos que la componen, debido a la mayor rapidez de cálculo y aunque los resultados no sean totalmente exactos, pero sí muy aproximados.

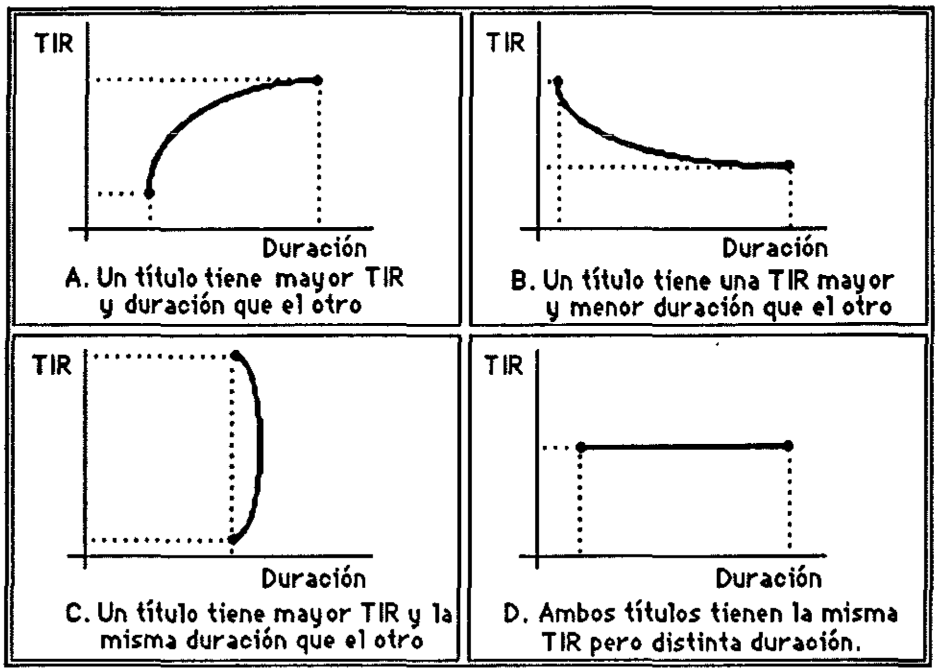

Fig. 20 Diferentes combinaciones TIR-duración según sean las características de los títulos que componen la cartera de renta fija

20.3 La inmunización de varios pagos en el futuro

Hasta ahora hemos tratado con la necesidad de inmunizar la inversión necesaria para realizar un único pago en el futuro, pero en este subepígrafe vamos a tratar con la obligación de realizar una corriente de pagos en el futuro. Según el concepto de *duración* desarrollado por Macaulay, ésta depende del tipo de descuento utilizado para calcular el valor actual del título, de hecho cuanto mayor sea éste más pequeña es aquélla, debido al menor valor que toman los flujos de tesorería más lejanos al ser actualizados.

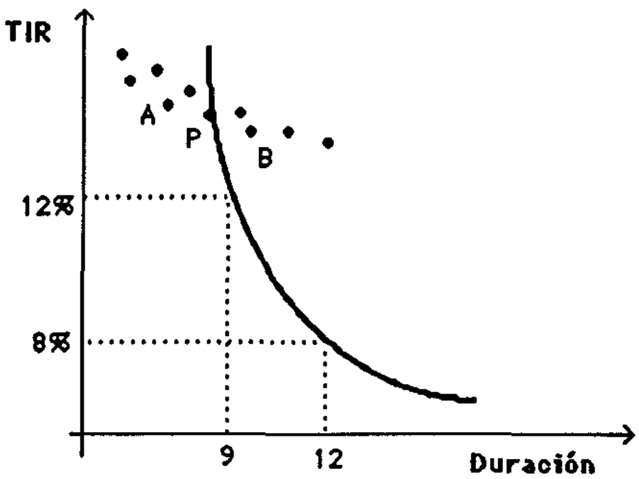

Fig. 21 La inmunización de una corriente de pagos

En la figura 21 se muestra la denominada *curva de inmunización*, que muestra la duración de una particular corriente de pagos para diversos valores del tipo de interés. Así que cada corriente de pagos tiene su propia curva de inmunización asociada.

Para inmunizar una cartera de renta fija se necesita situarse en la propia curva de inmunización. En la figura 21, si invirtiésemos en un bono con el 12% de interés y una duración de 9 años estaríamos inmunizados, al igual que si lo hacemos en un bono de 9 años de duración que obtiene un rendimiento interno del 8%. El objetivo consiste en situarse lo más arriba posible de dicha curva, lo cual se intenta hacer combinando los diversos bonos emitidos, por ejemplo, los bonos denominados A y B se pueden combinar para dar la cartera P situada sobre la curva de inmunización. El proceso de cálculo es el de "prueba y error" ayudados de una calculadora financiera o de un ordenador personal.

Supongamos que hemos contraído un préstamo de un millón de pesetas al 12% de interés anual, pagadero por años vencidos, y que vence dentro de cinco años. Los pagos a realizar a partir de transcurrido un año son los mostrados en la figura 22. Si calculamos su duración, utilizando un tipo de interés del 12%, obtendremos un valor de 4,037 años. Ahora bien, si vamos variando el tipo de interés obtendremos su curva de inmunización la cual está plasmada en la figura 23.

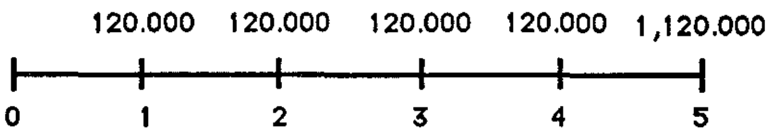

Fig.22

Para inmunizar los pagos del préstamo recurriremos a la utilización de un par de emisiones de las siguientes características:

a) Bonos del Tesoro con cuatro años de vida, de nominal 10.000 pts., con un cupón anual del 11%, y con un precio de mercado de 9.405 pts./título lo que proporciona un rendimiento del 13%. Su duración es de 3,425 años.

b) Obligaciones del Tesoro con una vida de 10 años, al 11,5% de interés anual (cupón anual), 10.000 pesetas de valor nominal, con un precio de mercado de 9.857 pesetas, que corresponde a una TIR del 11,75%. Su duración es de 6,405 años.

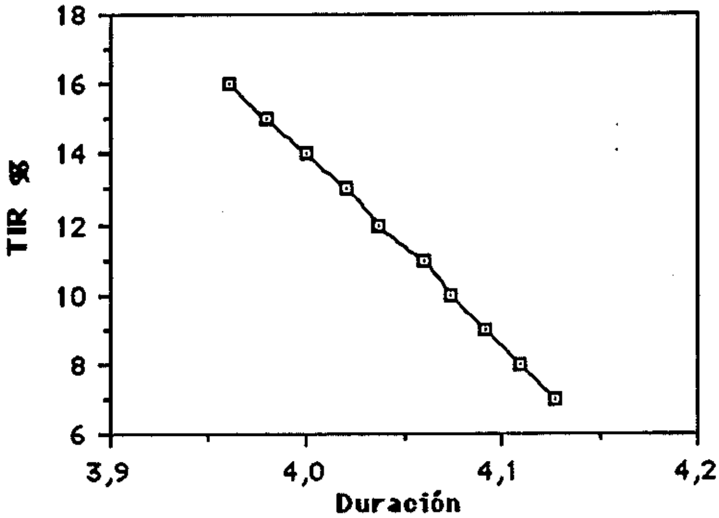

Fig.23 Curva de inmunización

	BT-4 a.	OT-10 a.		
Reparto	**0,7875**	**0,2125**		
Años	BT-4 a.	OT-10 a.	FNC - Cartera	
0	-9.405	-9.857	-9.501,050	
1	1.100	1.150	1.110,625	1.110,625
2	1.100	1.150	1.110,625	2.221,250
3	1.100	1.150	1.110,625	3.331,875
4	11.100	1.150	8.985,625	35.942,500
5		1.150	244,375	1.221,875
6		1.150	244,375	1.466,250
7		1.150	244,375	1.710,625
8		1.150	244,375	1.955,000
9		1.150	244,375	2.199,375
10		11.150	2.369,375	23.693,750
		TIR=	**12,58%**	38.356,254
		Duración	**4,037**	

Tabla 21

En la tabla 21, se muestra la forma de calcular las proporciones de reparto de la inversión del millón de pesetas en ambas emisiones. En la segunda fila figuran, en negrita, las proporciones para ambos tipos de títulos, las cuales deberán ser introducidas por el analista. En la primera columna figuran los años, en la segunda y tercera se muestran los flujos de caja de ambas emisiones. En la cuarta se observa el flujo de caja total de la cartera que es igual a la suma, ponderada por la proporción invertida en cada emisión, de los flujos del período correspondiente de ambas emisiones. En la última columna se refleja cada uno de los flujos de caja de la cartera multiplicado por el año en que tiene lugar.

En las dos últimas filas se muestran la TIR de la cartera (el 12,58%) y la duración (4,037 años), que se ha calculado dividiendo el valor actual de los flujos que aparecen en la última columna (38.356,254 pts.), por el valor actual de la cartera con signo positivo (9.501,05 pts.). Si el analista va realizando tanteos de las diversas proporciones de reparto acabaría por obtener un gráfico como el que aparece en la figura 19. El proceso acaba cuando encontremos una combinación que suministre la misma duración que el préstamo a inmunizar. En realidad, esto equivale a superponer la curva de inmunización (fig.23) con la curva de rendimientos-duración de la cartera (fig.19) y ver cuál es el punto de corte (véase la figura 24).

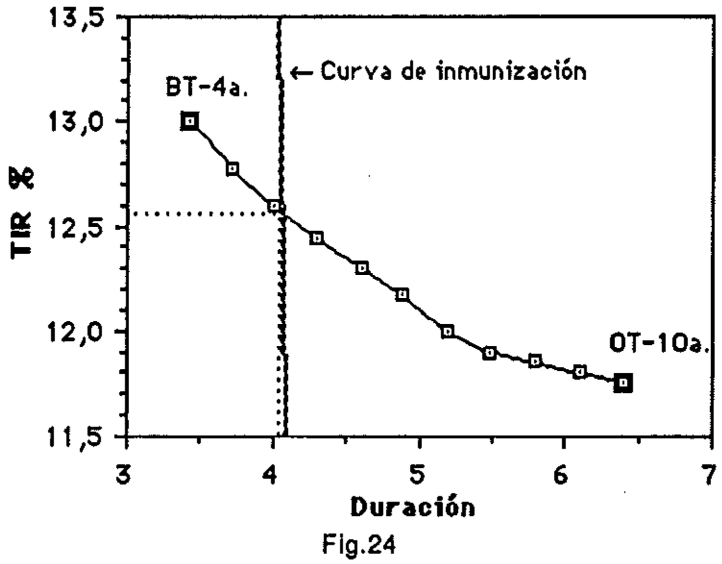

Fig.24

Como se aprecia en la tabla 21, para inmunizar el pago del millón de pesetas habrá que invertir el 78,75% en los bonos del Tesoro a cuatro años y el resto, 21,25% en las obligaciones a 10 años. Esto es 83,73 bonos (0,7875 x 1,000.000 / 9.405) y 21,56 obligaciones (0,2125 x 1,000.000 / 9.857).

20.4 Ventajas y limitaciones de la inmunización

En cuanto a las ventajas señalaremos:

a) La inmunización es más barata de llevar a la práctica que la correspondencia entre flujos de tesorería.
b) Existe una gran flexibilidad a la hora de seleccionar los títulos individuales que van a formar la cartera inmunizada.
c) La cartera inmunizada experimenta las mismas fluctuaciones del mercado que la corriente de pagos a realizar.

En cuanto a sus limitaciones tendremos que:

a) Una cartera de bonos inmunizada requiere periódicos reajustes para mantener la correspondencia entre las duraciones. Sobre todo conforme el tiempo transcurre y los tipos de interés varían. Pero hay que tener cuidado con los costes de transacción a la hora de realizar el reajuste.
b) Si la corriente de pagos sufre alteraciones será necesario reajustar la cartera inmunizada.
c) Una cartera de bonos inmunizada tiene un pequeño grado de riesgo de reinversión y de riesgo sistemático. También existen los riesgos de impago de los cupones y de la amortización anticipada de alguna emisión.
d) Si la corriente de pagos es de muy larga duración, la estrategia de inmunización puede encontrarse con serias dificultades.
e) La inmunización se basa en que la estructura temporal de los tipos de interés es plana y que si se altera lo hará antes de tener que realizar los pagos obligados y, además, seguirá siendo plana. Pero si esta suposición no se cumpliese la inmunización podría no ser perfecta (véase el ejemplo mostrado en el subepígrafe 20.1).

21. Indexación de bonos

Este tipo de estrategia implica estructurar y mantener una cartera de bonos similar a la de un índice de bolsa formado única y exclusivamente por bonos. En la tabla 22 se muestra un ejemplo de índices de renta fija del mercado americano. La duración de una cartera de renta fija deberá hacerse corresponder con la del índice elegido pero, a diferencia de la *inmunización*, éste es móvil. Es decir, el índice está continuamente incluyendo y excluyendo emisiones con objeto de ajustarlo al criterio deseado por las personas que lo elaboran, mientras que los pagos a realizar por el inversor cada vez van siendo menores hasta desaparecer.

Indices de Renta Fija Shearson Lehman Hutton	Duración Macaulay	Duración efectiva
1-3 años Government Bond Index	1,75	1,75
Intermediate Gov./Corp. Bond Index	3,35	3,27
Government/Corp. Bond Index	5,15	4,77
Long-Term Treasury Bond Index	9,37	9,14

Tabla 22 Los índices de renta fija de Shearson Lehman Hutton (1/Ene/1989)

Además de establecer la correspondencia entre las duraciones, la indexación de bonos intenta hacer corresponder otros tipos de riesgos como, por ejemplo, la distribución de los vencimientos, la distribución de las duraciones, la distribución de las emisiones del sector, la calidad de las mismas, la distribución de los diversos cupones, y el riesgo de amortización anticipada y de crédito del índice subyacente.

22.1 Ventajas y limitaciones

En cuanto a las ventajas de la indexación de bonos señalaremos:

a) Minimiza la rotación de la cartera y los costes de transacción
b) Los costes de la gestión de la indexación de bonos son menores que los de la gestión activa de la cartera (véanse los epígrafes posteriores).
c) Este tipo de cartera está perfectamente diversificada.
d) Los rendimientos totales generados por ella coinciden con los rendimientos del índice elegido, lo que les hace muy fácil de calcular.
e) El rendimiento total de un índice de bonos suele superar al obtenido a través de la gestión activa de la cartera.

Las principales limitaciones de esta estrategia son:

a) La dificultad de realizar una réplica exacta del índice.
b) El reajuste y la reinversión pueden ser costosos y llevar bastante tiempo.
c) Estructurar una cartera indexada puede resultar caro si el índice elegido incorpora una gran cantidad de títulos distintos, con diferentes calificaciones de riesgo, diferentes cupones, etc. Cuanto más pequeño sea el tamaño de la cartera (en pesetas) mayor será el coste de su ajuste inicial.
d) Los requerimientos cuantitativos de una cartera de bonos indexada pueden resultar muy caros, debido a que los reajustes pueden ser muy complejos.

e) Aunque que la correspondencia entre las duraciones de la cartera y del índice se mantengan pueden surgir diferencias entre su *convexidad* debido a los diferentes grados de riesgo de amortización anticipada y de las distribuciones de los flujos de tesorería.

22. El análisis del horizonte

El rendimiento de un bono que se mantiene en nuestro poder durante un cierto período de tiempo dependerá de su precio al comienzo de dicho período (precio de adquisición), de su precio al final del mismo (precio de venta) y de los intereses recibidos durante el transcurso de dicho período. De tal manera que si suponemos que un bono es mantenido durante un año, su rendimiento esperado dependerá de la estructura de los tipos de interés que haya al comienzo del año y de la que exista al final del mismo, puesto que el precio del título en esos instantes dependerá de ambas estructuras. A continuación figura la conocida expresión matemática del cálculo del rendimiento esperado de un bono, que va a ser mantenido durante un año.

$$\boxed{E(r) = \frac{\text{Intereses} + E[\text{Precio a fin de año}]}{\text{Precio de mercado actual}} - 1} \qquad \text{[Ec.31]}$$

Como se refleja en dicha ecuación, el precio a final del año es una variable aleatoria que dependerá de la estructura temporal de los tipos de interés. Por lo tanto, si el inversor cree que puede anticipar con mayor exactitud que el mercado dicha estructura temporal intentará aprovecharse de ello. Una de las formas de hacer esto es a través del *análisis del horizonte*.

En el análisis del horizonte se considera un período anual, en el que se va a estudiar la estructura de los tipos de interés al final del mismo, es decir, en su horizonte. Se analizarán dos bonos, uno que se posee actualmente y el otro que es el candidato a reemplazarlo; en ambos casos se supone que no hay riesgo de impago a fin de año. En el proceso de análisis se estudiará la sensibilidad de los rendimientos a los cambios en ciertas variables clave, lo que permitirá una mejor valoración de los principales riesgos implicados. Estas variables son: el transcurso del tiempo, los intereses recibidos, las variaciones en el rendimiento hasta el vencimiento, y la tasa de reinversión de los intereses recibidos en el transcurso del año:

$$\text{Rendimiento total} = \underset{\text{(cierto)}}{\text{Tiempo}} + \underset{\text{(cierto)}}{\text{Intereses}} + \underset{\text{(incierto)}}{\Delta\,\text{TIR}} + \underset{\text{(incierto)}}{\text{Tipo de reinversión}}$$

Veamos un ejemplo, en la tabla 23 se muestra un listado de varios precios para un bono empresarial americano que proporciona un 14,5% de interés anual. Si suponemos que el inversor lo adquiere cuando le quedan 10 años para su vencimiento y con un rendimiento del 13%, deberá pagar 1.081,22 dólares por él. Si transcurrido un año, el rendimiento del bono ha descendido hasta situarse en el 11%, su precio de venta será de 1.195,90 dólares, lo que le proporcionará una ganancia de capital de 114,68 dólares.

TIR (%)	Tiempo hasta el vencimiento 10 años	9,5 años	9 años
10	1.280,35	1.272,52	1.262,52
11	1.209,37	1203,72	1.195,90
12	1.141,85	1.139,10	1.135,17
13	1.081,22	1.079,82	1.077,17
14	1.026,06	1.025,78	1.025,07

Tabla 23 Precios para un bono del 14,5% de interés anual (Fuente: M. Leibowitz)

Dicha ganancia de capital puede ser descompuesta en dos partes: el componente temporal que es algo conocido y que supone la no existencia de alteraciones en la TIR hasta el vencimiento, y el componente aleatorio que representan dichas variaciones. Si la TIR no variase, transcurrido un año el precio de venta del bono sería de 1.077,17 dólares, es decir, 4,05 dólares menos que el precio de compra. Ahora bien, si la TIR cae dos puntos el precio se situará en 1.195,90 dólares, es decir, 118,73 dólares más que si se hubiese mantenido constante. Por lo tanto: 118,73 - 4,05 = 114,68 dólares.

Pero no debemos olvidar el componente que representan los intereses recibidos durante el año en curso, así como la reinversión de aquéllos que se hayan cobrado al final del primer semestre. En pura teoría el inversor debería analizar los posibles usos que puede hacer de los flujos de tesorería recibidos (los cupones) o, al menos, analizar diversas estructuras temporales de interés para poder estimar una tasa de reinversión lógica. Pero en la práctica esto no se hace así, sino que se prefiere estimar una única tasa de reinversión hasta el final del período considerado (salvo en el caso de que el horizonte temporal sea bastante superior a un año, entonces deberemos estimar con mayor exactitud y cuidado dicha tasa de reinversión). En nuestro ejemplo, el cupón anual es de 145 dólares (el 14,5%), que se paga por semestres vencidos a razón de 72,5 dólares por semestre. Si suponemos que la tasa de reinversión se sitúa en el 6,5% semestral, los intereses totales recibidos serán:

$$2 \times 72{,}5 + 72{,}5 \times 0{,}065 = 145 + 4{,}71 = 149{,}71 \text{ dólares}$$

El rendimiento total será:

$$[-4{,}05 + 118{,}73 + 145 + 4{,}71] \,/\, 1.081{,}22 = 24{,}5\%$$

Utilizando diferentes estructuras temporales de interés al término del período de análisis, podremos calcular diferentes rendimientos del bono, lo que nos permitirá obtener una distribución de probabilidad de los mismos y, por lo tanto, una medida del riesgo. Es por esto por lo que los gerentes de las carteras de renta fija fijan su atención con carácter primordial sobre el comportamiento futuro de los tipos de interés.

23. La permuta de bonos

Esta estrategia activa pertenece al tipo de las que intentan controlar el grado de riesgo de la gestión de la cartera a base de neutralizar su riesgo sistemático. Para ello dada una serie de predicciones sobre los rendimientos futuros de los bonos, podremos estimar los rendimientos durante ciertos períodos de tiempo y para distintos tipos de bonos. El objetivo de la *permuta de bonos* consiste en gestionar activamente una cartera de bonos para lograr conseguir un rendimiento superior a la media de los inversores, basándose precisamente en la posibilidad de predecir tales rendimientos.

La rentabilidad potencial de la permuta de bono descansa en las diferencias entre los títulos permutados, diferencias que se pueden hallar en su riesgo de impago, en sus tipos de interés, en su vencimiento o duración, en su liquidez, en su tratamiento fiscal, su posibilidad de ser amortizados anticipadamente o parcialmente, etc.

El inversor que se dispone a acometer una permuta de bonos presupone que tiene una habilidad superior a la del mercado para reconocer títulos de renta fija mal valorados por éste, es decir, supone que el mercado no es eficiente en su forma intermedia. Por lo tanto, sería conveniente que este tipo de inversores se aseguraran de que dicho mercado no es lo suficientemente eficiente, pues no vaya a ser que todo su tiempo y dinero empleados en batir al mercado hubiese sido malgastado.

Hay dos factores fundamentales al analizar una permuta de bonos: el diferencial del rendimiento (cuanto más grande mayor será la rentabilidad de la operación) y el período durante el que tiene lugar el realineamiento de los bonos (cuanto más pequeño mayor será la rentabilidad de la operación). Por lo tanto, el riesgo asociado a este tipo de operación viene dado por la posible variación del diferencial del rendimiento y por el alargamiento del período de la operación. Debido a esto muchos inversores cierran sus operaciones de permuta ante una variación inesperada del mercado.

La duración modificada se utilizará aquí como sustituto del riesgo de mercado o sistemático, mientras que la duración de la cartera se deberá hacer corresponder con la de una cartera-tipo (por ejemplo, un índice de bonos, una corriente de pagos determinada, etc.).

23.1 El impacto de una permuta de bonos sobre la estructura rendimiento-riesgo de una cartera

Una permuta de bonos con diferentes duraciones altera la duración de la cartera, es decir, su riesgo de la siguiente forma:

Cambio en la duración de la cartera	=	Cambio en la duración del título	x	Ponderación del valor de mercado

Así, si en una cartera de bonos cambiamos el título A, que tiene una duración de 2,35 y representa el 15% de la misma, por el título B que tiene una duración de 8,75 conseguiremos que la nueva duración de la cartera aumente en:

$$(8{,}75 - 2{,}35) \times 0{,}15 = 0{,}96$$

Por lo tanto, cuando se permute un bono de menor duración por otro de mayor el resultado será un aumento de la duración de la cartera y viceversa. La magnitud de la alteración en la duración del título (en nuestro ejemplo, 4,4) y la cantidad de pesetas implicadas en la permuta (el 15%) son las variables de las que depende el impacto que sobre la cartera tiene esta estrategia.

Por otra parte, el rendimiento de la cartera será afectado de la forma siguiente:

Cambio en el rendimiento de la cartera	=	Cambio en el rendimiento del título	x	Ponderación del valor de mercado

Es decir, si en la permuta de A por B, éste último genera 225 puntos básicos (2,25%) más que A, el rendimiento de la cartera se verá aumentado en:

$$225 \text{ pb} \times 0{,}15 = 33{,}75 \text{ pb}$$

Esto hace que el tamaño de la diferencia entre los rendimientos de los títulos permutados y la ponderación de los mismos en la cartera afecten positivamente a ésta al producirse una permuta de bonos.

23.2 La mecánica de la permuta de bonos

Una estrategia de gestión activa de bonos que persiga el control del riesgo se realiza a través de la permuta de bonos con duración[7] ponderada. Esto permite mantener el riesgo sistemático de

[7] Al hablar de duración lo ideal es trabajar con la duración modificada o con la duración efectiva.

una cartera mientras persigue la maximización del rendimiento. Debido a que los cálculos de la duración se basan sobre el valor de mercado de un título, o de una cartera de títulos, las permutas de duración ponderada son procesos de negociación que dependen de los valores de mercado al ser éstos utilizados para calcular las ponderaciones. Para conseguir este tipo de permuta de duración ponderada se deberá cumplir la siguiente igualdad:

$$\text{Duración del bono vendido} = \text{Duración del bono comprado}$$

Si se vende más de un bono deberemos utilizar la duración ponderada a través del valor de mercado de los bonos vendidos. Lo mismo se haría si se comprase más de un bono. Con objeto de mantener la equivalencia entre diversas duraciones el dinero disponible después de haber vendido un bono y comprado otro se invertirá en el mercado de dinero lo que es considerado como un bono con duración nula.

Las ponderaciones se calcularán:

$$\text{Inversión en un bono a largo plazo (\%)} = \frac{\text{Duración de los bonos de menor plazo}}{\text{Duración de los bonos de mayor plazo}} \times 100$$

$$\text{Inversión en tesorería (\%)} = 100\% - \text{Inversión en un bono a largo plazo (\%)}$$

Veamos un ejemplo de una operación de ampliación de la duración de la cartera, si vendemos un bono con una duración de 2,5 años para poder adquirir otro que tenga una duración de 7 años, el 36% (2,5/7) de los ingresos de la venta de aquél será invertido en el bono de mayor duración y el resto en tesorería en el mercado de dinero.

Si lo que deseamos es reducir la duración de la cartera venderíamos un bono y adquiriríamos otro, con menor duración que el anterior, utilizando el dinero de la venta de aquél más tesorería. El cálculo sería exactamente igual que en el ejemplo anterior, es decir, con la venta del bono de 7 años adquiriríamos el 36% del bono 2,5 años de duración y el resto, el 64%, tendría que conseguirse en el mercado de dinero.

Un camino alternativo de asegurar la neutralidad de la duración en una permuta de bonos es utilizando la *duración en pesetas*, que se calcula multiplicando la duración del bono por su valor de mercado. Esto es, la duración en pesetas del bono vendido deberá coincidir con la del bono adquirido.

Así, por ejemplo, si una emisión determinada está formada por 50 bonos de la empresa A con un precio de mercado de 8.500 pts., y una duración efectiva de 7,30 años, tendrá una duración en pesetas de 3,102.500 pts. Así que si estos bonos fuesen vendidos, los que lo sustituyan deberán tener la misma duración en pesetas.

Una permuta de bonos con duración ponderada no afecta a la duración en pesetas de la cartera. Además facilita su cálculo puesto que no hay que obtener las ponderaciones de los títulos dentro de aquélla.

23.3 Tipos de permutas de bonos

La *permuta de sustitución* (*substitution swap*) consiste en cambiar un bono por otro idéntico o gemelo del mismo. El objetivo perseguido radica en aprovecharse de la infravaloración del bono adquirido (o en la sobrevaloración del que se vende) debida a un desequilibrio entre las condiciones de la oferta y demanda del mercado.

En la tabla 24 se muestra un ejemplo del análisis de una posible sustitución de un bono valorado en 10.000 pts., que paga un interés anual del 10% por semestres vencidos con un vencimiento dentro de 10 años, por otro semejante a él, al que le quedan diez años para su vencimiento, pero que por alguna razón esta valorado por debajo de la par en 9,877 pts. La idea del inversor es permutar ambos bonos adquiriendo el nuevo bono con la venta del que actualmente tiene y esperando que transcurrido un año el mercado haya corregido su "error" y valore al nuevo bono a la par, en cuyo caso el inversor procederá a venderlo por dicho precio. Total, la ganancia de la operación puede alcanzar los 165 puntos básicos anuales.

	Bono actual	Nuevo bono
Inversión en cada bono	10.000 pts.	9.877 pts.
Cupones recibidos	1.000 pts.	1.000 pts.
Reinversión del cupón semestral	24 pts.	24 pts.
Valor de reembolso a fin de año	10.000 pts.	10.000 pts.
Ingresos totales	11.024 pts.	11.024 pts.
Beneficio	1.024 pts.	1.147 pts.
Beneficio por pts., invertida	0,1024 pts.	0,1161 pts.
Rendimiento anual obtenido	10%	11,65%
Valor de la permuta	165 puntos básicos en un año	

Tabla 24. Ejemplo de una permuta de sustitución

Entre los riesgos que esta permuta de bonos lleva incorporados señalaremos el que el bono adquirido no sea un perfecto sustituto del vendido, el que haya cambios adversos en los tipos de interés del mercado, o en que el plazo marcado por el inversor para revender el nuevo bono no sea el inicialmente previsto.

La *permuta por diferencial entre mercados* (*intermarket spread swap*) consiste en el cambio de un bono perteneciente a un tipo de sector (industrial, por ejemplo) por otro bono, completamente distinto, que pertenece a otro sector diferente (servicios). El motivo de esta permuta es que el inversor considera que los diferenciales de rendimiento entre ambos sectores alcanzan unos valores que no coinciden con los que debieran tener.

Los inversores ejecutan este tipo de permuta en dos direcciones:

1ª. La adquisición de un bono nuevo que tiene un rendimiento superior y vender el título que se posee en la actualidad. La expectativa es que el diferencial entre ambos sectores se "estrechará", al decrecer el rendimiento del bono nuevo con relación al viejo, al mismo tiempo que su precio aumenta y, ésto último, producirá una ganancia de capital al inversor.

2ª. Si el bono nuevo tiene un rendimiento inferior que el actualmente poseído, el inversor esperará que el diferencial tienda a "ampliarse", lo que redundaría en una bajada del rendimiento del bono recién adquirido que iría acompañada de un aumento del precio que contrarrestaría el esperado descenso del rendimiento.

Como ejemplo, supongamos que tenemos dos bonos de las siguientes características:

a) Bono actual: Su vencimiento es dentro de 30 años, emitido por el Tesoro americano con un cupón que paga el 4% de interés anual por semestres vencidos, que está valorado en 671,82 dólares y que proporciona un rendimiento anual hasta el vencimiento del 6,50%.

b) Nuevo bono: Su vencimiento dentro de 30 años, emitido por una empresa calificada Aaa con un cupón que paga un 7% anual por semestres vencidos y cuyo rendimiento es del 7%.

Como se aprecia el diferencial entre los rendimientos es de 0,5%, es decir, 50 puntos básicos, pues bien si el inversor espera que se estreche 10 puntos básicos (porque estima que el bono empresarial situará su TIR en el 6,90%), la permuta de ambos bonos le proporcionará una ganancia de 170 puntos básicos anuales. En la tabla 25 se muestran los cálculos de esta permuta (se ha supuesto un 7% de tipo de reinversión anual de los cupones).

	Bono actual	**Nuevo bono**
Inversión en cada bono	$ 671,82	$ 1.000,00
Cupones recibidos	40,00	70,00
Reinversión del cupón semestral	0,70	1,23
Valor de reembolso a fin de año	675,55	1.012,46
Ingresos totales	$ 716,25	$ 1.083,69
Beneficio	44,23	83,69
Beneficio por pts., invertida	0,0661	0,0837
Rendimiento anual obtenido	6,50%	8,20%
Valor de la permuta	170 puntos básicos en un año	

Tabla 25. Ejemplo de permuta por diferencial de rendimientos entre mercados

Entre los riesgos de este tipo de permuta será necesario tener en cuenta que el mercado puede moverse en la dirección opuesta, que el período de ejecución del mismo puede ampliarse más de lo previsto inicialmente, que en el *interim* podrían producirse movimientos en los precios que resultasen adversos a la operación, o que el motivo por el que se realiza la permuta puede ser contrarrestado por otras diferencias entre los bonos. En todo caso, este tipo permuta implica un alto conocimiento de ambos mercados por parte del inversor.

Existen otros tipos de permutas como, por ejemplo, las que tienen por objetivo aprovecharse de las diferencias en el tratamiento fiscal entre diversos tipos de bonos.

24. La permuta por anticipación de los tipos de interés

La *permuta por anticipación de los tipos de interés* (*rate anticipation swap*) pertenece al grupo de estrategias de carteras de renta fija que pretenden alterar el riesgo de la cartera. Tiene por objeto aprovecharse de las variaciones anticipadas de los tipos de interés del mercado. Para ello maximiza el rendimiento de la cartera, ajustando la duración de la misma al movimiento que se espera tengan los tipos de interés futuros. Una expectativa de alza en los tipos de interés garantizará un descenso en la duración de la cartera, mientras que una previsión de descenso en las mismas repercutirá en un alargamiento de su duración.

Una estrategia de anticipación de los tipos de interés se puede efectuar por permutas de bonos que proporcionen altos y bajos cupones. La duración varía inversamente al tipo de interés del cupón. Un bono cuyo precio de mercado sea superior a la par (bono con prima) tiene una menor duración que un bono semejante que teniendo el mismo vencimiento tenga su precio de mercado por debajo de la par (bono con descuento). La anticipación de tipos de interés más altos garantiza las permutas entre los bonos con mayores cupones. Por otro lado, las permutas entre bonos con pequeños cupones aumentan la duración media de la cartera y reflejan una creencia en un mercado alcista.

Este tipo de estrategia permite alterar el riesgo sistemático de una cartera de bonos mientras se persigue un aumento adicional de su convexidad. Entre los métodos destinados a producir un aumento de la convexidad destacaremos dos: los que persiguen un aumento de la duración, y los que tienden a reducir el tipo de interés promedio de la cartera.

En cuanto al primero de los métodos señalaremos que la duración está directamente relacionada con respecto a los flujos de tesorería de la cartera que aún quedan hasta su vencimiento. Y por otra parte, la convexidad está relacionada directamente con la duración. Así que si aumentamos ésta aumentaremos aquélla. Es preciso hacer notar que un ligero aumento en los tipos de interés contrarresta cualquier efecto positivo en la convexidad conseguido a través del aumento de la duración. Por ejemplo, una permuta entre bonos cupón cero a largo plazo ofrece los mayores aumentos en la convexidad pero también los mayores riesgos en el caso de un ascenso de los tipos de interés.

En cuanto al acortamiento de los cupones proporcionados por la cartera, los bonos amortizables anticipadamente con descuento tienen ventaja, desde el punto de vista de la convexidad, sobre sus equivalentes bonos con prima. Las emisiones con cupones pequeños acarrean mayores duraciones y, por lo tanto, una permuta con ellos implica un aumento de convexidad pero, también, una mayor riesgo de mercado.

Hay dos ventajas en esta estrategia. Si la predicción de los tipos de interés es correcta, el valor nominal de la cartera de bonos estará protegido en un mercado bajista, mientras que se maximiza su aumento potencial de valor en un mercado alcista. Si esta estrategia se realiza a través del uso de bonos del Tesoro, los costes de transacción son mínimos y, además, los riesgos de amortización anticipada y de crédito no existen.

En cuanto a sus limitaciones señalaremos:

a) La rotación de la cartera y sus costes de transacción pueden ser altos.
b) Una estimación equivocada de los tipos de interés futuros puede resultar muy cara.
c) Esta estrategia está sometida a frecuentes cambios en la duración de la cartera. La volatilidad con respecto a la cartera de mercado puede ser grande y por ello los rendimientos ajustados al riesgo pueden ser mediocres.

Bibliografía utilizada

ALEXANDER, Gordon y RESNICK, Bruce: "Using Linear and Goal Programming to Immunize Bond Portfolios". *Journal of Banking and Finance*, 9, nº 1. Marzo. 1985. Págs.: 34-54

ALEXANDER, Gordon y SHARPE, William: *Fundamentals of Investments*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ). 1989.

ALTMAN, Edward y NAMMACHER, Scott: "The Default Rate Experience on High-Yield Corporate Debt". *Financial Analysts Journal* 41, nº 4. July-August. 1985. Págs.: 25-41

ANG, J., y PATEL, K.: "Bond Rating Methods: Comparison and Validation". *Journal of Finance*. May. 1985

BACKER, Morton y GOSMAN, Martin: "The Use of Financial Ratios in Credit Downgrade Decisions". *Financial Management*. Spring. 1980. Págs.: 53-56

BEAVER, William: "Market Prices, Financial Ratios and the Prediction of Failure". *Journal of Accounting Research* 6, nº 2. Autumn. 1968. Págs.: 1979-1992

BIERWAG, G., KAUFMAN,G., y TOEVS, A.: "Bond Portfolio Immunization and Stochastic Process Risk". *Journal of Bank Research*, nº 13 (Invierno). 1983. Págs.: 282-291

BIERWAG, G., KAUFMAN,G., y TOEVS, A.: "Duration, Its Development and Use in Bond Portfolio Management". *Financial Analysts Journal*, 39 nº 4 (Julio-Agosto). 1983. Págs.: 15-35

BIERWAG, G., KAUFMAN,Gordon, LATTA, Cynthia y ROBERTS, Gordon: "Duration: Response to Critics". *Journal of Portfolio Management*, 13 nº 2 (Invierno). 1987. Págs.: 48-52

BIERWAG, Gerald: "Inmunization, Duration and the Term Structure of Interest Rates". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Diciembre. 1977

BIERWAG,G.O., KAUFMAN,George, SCHWEITZER,R., y TOEVS,Alden: "The Art of Risk Management in Bond Portfolios". *Journal of Portfolio Management*, 7 nº 3. Primavera. 1981. Págs.: 27-36

BIERWAG,Gerald: *Duration Analysis*. Ballinger Pub. Co. Cambridge (Mass.) 1987

BILDERSEE, J.: "U.S. Government and Agency Securities: An Analysis of Yield Spreads and Performance". *Journal of Business*. July. 1978

BRENNAN, M., y SCHWARTZ, E.: "Conditional Predictions of Bond Prices and Returns". *Journal of Finance*. May. 1980. Pp.: 405-416

BRENNAN, M.J., y SCHWARTZ, E.S.: "Duration, Bond Pricing and Portfolio Management" en KAUFMAN, G.: *Innovations in Bond Portfolio Management: Duration, Analysis and Inmunization*. JAI Press. Greenwich (Conn.). 1983

BRIGHAM, Eugene y GAPENSKI, Louis: *Financial Management*. The Dryden Press. Nueva York. 1988.

COOK, T., y HENDERSHOTT, P.: "The Impact of Taxes, Risk, ans Relative Security Supplies on Interest Rate Differentials". *Journal of Finance*. September. 1978

COOPER, I.: "Assets Values, Interest Rate Changes and Duration". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Diciembre. 1977

COX, J.C., INGERSOLL, J.E., y ROLL, S.: "Duration and the Measurement of Basis Risk". *Journal of Business*. Enero. 1979

DARST, D.: *The Complete Bond Book*. McGraw Hill. Nueva York. 1981

DIETZ,P., FOGLER,R., y HARDY,D.: "The Challenge of Analyzing Bond Portfolio Returns". *Journal of Portfolio Management*. Primavera. 1980

DOUGLAS, Livingston: *Bond Risk Analysis. A Guide to Duration and Convexity*. Ney York Institute of Finance. Nueva York. 1990.

FERRI, Michael: "An Empirical Examination of the Determinants of Bond Yield Spreads". *Financial Management*. Spring. 1976. Págs.: 9-17

FISHER, Lawrence: "Determinants of Risk Premium on Corporate Bonds". *Journal of Political Economy*, 67, nº 3. June. 1959. Págs.: 217-237

FRAINE, Harold y MILLS, Robert: "The Effect of Defaults and Credit Deterioration on Yields of Corporate Bonds". *Journal of Finance*, 16, nº 3. Sept. 1961. Págs.: 423-434

FRANCIS, Jack: *Management of Investments*. McGraw Hill. Nueva York. 1988.

FULLER, R.J., y SETTLE, J.W.: "Determinants of Duration and Bond Volatility". *Journal of Portfolio Management*. Verano. 1984

FULLER, Russell y FARRELL, James: *Modern Investments and Security Analysis*. McGraw-Hill. Nueva York. 1987.

HAUGEN, Robert: *Modern Investment Theory*. Prentice Hall. Englewood Cliffs. (NJ). 1990.

HENDERSHOTT, P., y KIDWELL, D.: "The Impact of Relative Security Supplies". *Journal of Money, Credit and Banking*. August. 1978

HO, T., y SINGER, R.: "Bond Indenture Provisions and the Risk of Corporate Debt". *Journal of Financial Economics*. December. 1982. Pp.: 375-406

HOMER, Sidney y LEIBOWITZ,Martin: *Inside the Yield Book*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (N.J.). 1972

INGERSOLL, J.E., SKELTON, J., y WEIL, R.L.: "Duration Forty Years Later". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Noviembre. 1978

JAFFE, J., y MANDELKER, G.: "Inflation and Holding Period Returns on Bonds". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. December. 1979. Págs.: 959-980

KAPLAN, R., y URWITZ, G.: "Statistical Models of Bond Ratings: A Methodological Inquiry". *Journal of Business*. March. 1979

KAUFMAN,George, BIERWAG,G.O., y TOEVS,Alden: *Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization*. JAI Press. Cambridge (Mass.). 1983

KHANG, C.: "Bond Inmunization When Short-Term Rates Fluctuate More Than Long-Term Rates". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Diciembre. 1979

LEIBOWITZ,M.: "An Analitic Approach to the Bond Market". En LEVINE, Sumner (ed.): *Financial Analyst's Handbook*. Dow Jones-Irwin. Homewood, Ill. 1975. Págs.: 226-277

LEIBOWITZ,M.: "Horizon Analysis for Managed Portfolios". *Journal of Portfolio Management*. vol 1, nº 3. Primavera. 1975. Págs.: 23-34

MALKIEL, Burton: "Expectations, Bond Prices, and the Term Structure of Interest Rates". *Quarterly Journal of Economics*, 76 nº 2. Mayo. 1962. Págs.: 197-218

MASCAREÑAS, Juan: "La Estructura Temporal de los Tipos de Interés". *Actualidad Financiera* .nº16. 1991.

MASCAREÑAS, Juan: "La Financiación de Entresuelo: Los Bonos Basura". *Actualidad Financiera* nº 26. 1989. Págs.: 1729-1743

McENALLY, R.W.: Duration as a Practical Tool for Bond Management". *Journal of Portfolio Management*. Verano. 1977

PINCHES, G., y SINGLETON, J.C.: "The Adjustment of Stock Prices to Bond Rating Changes". *Journal of Finance*. March. 1978. Págs.: 29-44

PYE, Gordon: "Gauging the Default Premium". *Financial Analysts Journal*, 30 nº1, (Jan/Feb) 1974. Págs.: 49-52

REILLY, F., y RUPINDER, S.: "The Many Uses of Bond Duration". *Financial Analysts Journal*. Julio-Agosto. 1980

SCHAEFER, Stephen: "Immunisation and Duration: A Review of Theory, Performance and Applications". *Middland Corporate Finance Journal*, 2, nº 3 (Otoño). 1984. Págs.: 41-58

SHARPE, William: *Investments*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ). 1985.

SUAREZ, Andrés: *Decisiones Optimas de Inversión y Financiación en la Empresa*. Pirámide. Madrid. 1986 (8ª ed.).

VAN HORNE, James: *Financial Market Rates and Flows*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ). 1990.

WALMSLEY, Julian: *The New Financial Instruments*. John Wiley & Sons. Nueva York. 1988.

WEIL, Roman: "Macaulay's Duration: An Appreciation". *Journal of Business* nº 46 (Octubre, 1973). Págs.: 589-592

WEINSTEIN, Mark: "The Effect of a Rating Change Announcement on Bond Price". *Journal of Financial Economics* 5, nº 3. Decembre. 1977. Págs.: 329-350

ZWICK, Burton: "Yields on Privately Placed Corporate Bonds". *Journal of Finance*. March. 1980. Págs.: 23-29